



METODYKA OPRACOWANIA MAP ZAGROŻENIA POWODZIOWEGO I MAP RYZYKA POWODZIOWEGO W II CYKLU PLANISTYCZNYM

ZAŁĄCZNIK NR 1

AKTUALIZACJA METODYKI OBLICZANIA PRZEPŁYWÓW I OPADÓW MAKSYMALNYCH O OKREŚLONYM PRAWDOPODOBIEŃSTWIE PRZEWYŻSZENIA DLA ZLEWNI KONTROLOWANYCH I NIEKONTROLOWANYCH ORAZ IDENTYFIKACJI MODELI TRANSFORMACJI OPADU W ODPŁYW

Aktualizacja
metodyki obliczania przepływów i opadów maksymalnych
o określonym prawdopodobieństwie przewyższenia dla zlewni
kontrolowanych i niekontrolowanych oraz identyfikacji
modeli transformacji opadu w odpływ

Warszawa 2017



STOWARZYSZENIE HYDROLOGÓW POLSKICH
Krakowskie Przedmieście 30, 00-927 Warszawa

Zespół autorski:

Prof. dr hab. inż. Kazimierz Banasik – SGGW Warszawa

Dr hab. inż. Andrzej Wałęga – Uniwersytet Rolniczy w Krakowie

Prof. dr hab. Stanisław Węglarczyk – Politechnika Krakowska

Prof. nzw. dr hab. inż. Benjamin Więzik – WSA w Bielsku-Białej

Spis treści

Podstawa opracowania	7
Wstęp	7
I Badanie jednorodności serii czasowej przepływów lub opadów dobowych maksymalnych rocznych	10
1. Test Manna-Kendalla o nieistnieniu czasowego trendu monotonicznego.....	10
II Średni w zlewni opad maksymalny roczny o zadanym prawdopodobieństwie przewyższenia	15
1. Metody określenia opadu średniego w zlewni	15
1.1. Metoda wieloboków równego opadu	15
1.2. Metoda izohiet	16
2. Obliczenie maksymalnych rocznych dobowych opadów średnich w zlewni o zadanym prawdopodobieństwie przewyższenia – rozkład logarytmiczno-normalny	18
3. Rozdział opadu dobowego na przedziały obliczeniowe	25
III Przepływy maksymalne roczne o zadanym prawdopodobieństwie przewyższenia w przekrojach wodowskazowych	28
1. Obliczenie przepływów maksymalnych rocznych o zadanym prawdopodobieństwie przewyższenia – rozkład Pearsona typ III	28
1.1. Estymacja parametrów rozkładu Pearsona III metodą decyli	28
1.2. Estymacja parametrów rozkładu Pearsona III metodą największej wiarygodności	36
1.2.1. Rozkład empiryczny przepływów maksymalnych rocznych Q_{max} i graficzna estymacja dolnego ograniczenia ϵ zmiennej Q_{max}	36
2. Obliczenie przepływów maksymalnych rocznych o zadanym prawdopodobieństwie przewyższenia – rozkład logarytmiczno-normalny	45
3. Obliczenie przepływów maksymalnych rocznych o zadanym prawdopodobieństwie przewyższenia – rozkład Weibulla	53
IV Metody uzupełniania i przenoszenia przepływów	63
1. Metoda regresji	63
2. Przekrój obliczeniowy nie pokrywa się z przekrojem wodowskazowym	67
2.1. Metoda ekstrapolacji	67
2.2. Metoda interpolacji	70
V Obliczenie przepływów maksymalnych rocznych o określonym prawdopodobieństwie przewyższenia w zlewniach niekontrolowanych	73
1. Formuła opadowa	73
2. Obszarowe równania regresji	81
VI Modele transformacji opadu w odpływ	87
1. Opad efektywny	88
2. Model Snydera transformacji opadu w odpływ	90
3. Model Nasha transformacji opadu w odpływ	96
3.1. Zlewnia nieurbanizowana	96
3.1.1. Chwilowy hydrogram jednostkowy	96
3.1.2. Estymacja parametrów chwilowego hydrogramu jednostkowego w zlewni naturalnej	97
3.1.3. Wyznaczenie hydrogramu jednostkowego z chwilowego hydrogramu jednostkowego	98
3.2. Zlewnia zurbanizowana	102
3.2.1. Wysokość opadu przyjmowana do modelu	103

3.2.2. Krytyczny czas trwania deszczu	105
3.2.3. Obszarowa zmienność opadu	105
3.2.4. Czasowa zmienność (rozkład) natężenia deszczu	106
3.2.5. Transformacja opadu w odpływ	107
3.2.6. Wyznaczenie hydrogramu jednostkowego z chwilowego hydrogramu jednostkowego	108
VII Hydrogram hipotetyczny	113
1. Metoda Strupczewskiego	113
Podsumowanie	119

Załączniki A, B, C - Tabele

Mapy

Definicje ważniejszych terminów

Chwilowy hydrogram jednostkowy - funkcja czasu opisująca odpływ ze zlewni wywołany jednostkowym chwilowym natężeniem opadu efektywnego .

Dział wodny - linia rozdzielająca kierunki odpływu do różnych dorzeczy lub zlewni topograficznych.

Empiryczny rozkład przepływów maksymalnych rocznych Q_{max} - związek pomiędzy empirycznym prawdopodobieństwem przewyższenia, a kolejnymi wartościami uporządkowanej malejąco serii $Q_{max,(i)}$.

Hydrogram odpływu - funkcja czasu opisująca przepływ w rozpatrywanym przekroju ciekłu (rzeki, potoku) w ustalonym okresie czasu.

Hydrogram jednostkowy - funkcja czasu opisująca odpływ ze zlewni spowodowany opadem efektywnym o jednostkowej wysokości i stałym natężeniu o czasie trwania Δt .

Jednorodność serii przepływów maksymalnych rocznych – własność serii przepływów maksymalnych rocznych polegająca na tym, że wszystkie jej elementy są wzajemnie niezależne i pochodzą z tego samego rozkładu prawdopodobieństwa.

Jednostronny $\beta\%$ przedział ufności dla rzeczywistych prawdopodobnych przepływów maksymalnych rocznych $Q_{max,p}$ - półnieskończony przedział $(-\infty, Q_{max,p}^{\beta})$ zawierający z prawdopodobieństwem $\beta\%$ (np. $\beta = 84\%$) oczekiwaną wartość prawdopodobnego przepływu maksymalnego rocznego $Q_{max,p}$.

Logarymiczna podziałka prawdopodobieństwa - układ współrzędnych (x,y) , gdzie oś rzędnych $y = Q_{max}$, a oś odciętych x (w układzie odwrotnym) jest proporcjonalna do $\log_{10}p$, p jest prawdopodobieństwem przewyższenia wartości y , $p \in (100\%; 0,1\%)$.

Opad całkowity punktowy - pomierzona wysokość opadu lub określona z formuł regionalnych sumaryczna wysokość deszczu o czasie trwania D dla danej lokalizacji.

Opad całkowity obszarowy - średnia wysokość opadu w zlewni.

Opad efektywny - część średniego opadu całkowitego, który po odjęciu wysokości intercepcji, infiltracji i lokalnej retencji powierzchniowej, kształtuje hydrogram odpływu powierzchniowego (bezpośredniego).

Opad obliczeniowy - przyjmowany do obliczeń opad o określonej wysokości, prawdopodobieństwie przewyższenia p , oraz zmiennym natężeniu i czasie trwania, równym krytycznemu czasowi trwania deszczu.

Odływ bezpośredni (powierzchniowy) - zasadnicza część hydrogramu odpływu wezbrańniowego, wywołanego opadem efektywnym. Objętość odpływu bezpośredniego równa jest objętości opadu efektywnego w zlewni.

Parametr CN metody SCS - bezwymiarowa wartość liczbowa ustalana dla zlewni w zależności od rodzaju gleby orac pokrycia i użytkowania terenu zlewni. Wielkość ta może się zmieniać w zależności od wilgotności gruntu.

Pearsonowska podziałka prawdopodobieństwa - układ współrzędnych (x,y) , gdzie oś rzędnych $y = Q_{max}$, a oś odciętych x jest proporcjonalna do standaryzowanego kwantyla $t_p(\lambda=4)$, p jest prawdopodobieństwem przewyższenia wartości y , $p \in (100\%; 0,1\%)$.

Prawdopodobny przepływ maksymalny roczny $Q_{max,p}$ - teoretyczny lub pomierzony przepływ maksymalny roczny o prawdopodobieństwie przewyższenia równym p .

Prawdziwy rozkład zmiennej Q_{max} - nieznanym poszukiwany rozkład prawdopodobieństwa zmiennej Q_{max} .

Przepływ maksymalny roczny - najwyższa w roku wartość przepływu chwilowego lub dobowego.

Rzeczywisty prawdopodobny przepływ maksymalny roczny $Q_{max,p}$ - nieznaną poszukiwaną wartość przepływu maksymalnego rocznego Q_{max} o prawdopodobieństwie przewyższenia p .

Seria czasowa przepływów maksymalnych rocznych - seria przepływów maksymalnych rocznych uporządkowana chronologicznie.

Sucha dolina - forma erozyjna, dolina, wąwóz, żleb, niewielki wcios, powstający w wyniku dynamicznego spływu wód z opadów nawałnych i roztopów.

Teoretyczne prawdopodobieństwo przewyższenia wartości Q_{max} - postulowane przez badacza prawdopodobieństwo przewyższenia wartości Q_{max} , jakie można obliczyć dokładnie, gdyby znany był prawdziwy rozkład zmiennej Q_{max} .

Uporządkowana malejąco seria przepływów maksymalnych rocznych - seria czasowa przepływów maksymalnych rocznych uporządkowana od wartości największej do najmniejszej.

Zlewnia zurbanizowana - zlewnia, w której udział powierzchni nieprzepuszczalnych wynosi ponad 5%. Powierzchnie nieprzepuszczalne obejmują drogi, chodniki, parkingi i budynki. Naturalne drogi spływu, w zlewni zurbanizowanej są zwykle zastępowane bądź „uzupełniane” uszczelnionymi rynsztokami i rynnami, kanałami burzowymi i/lub innymi elementami inżynierskich systemów odwadniających.

Podstawa opracowania

Podstawą wykonania „*Aktualizacji metodyki obliczania przepływów i opadów maksymalnych o określonym prawdopodobieństwie przewyższenia dla zlewni kontrolowanych i niekontrolowanych oraz identyfikacji modeli transformacji opadu w odpływ*” była umowa nr KZGW/DPiZW-ops/3/2017 z dnia 6 marca 2017 r. zawarta pomiędzy Krajowym Zarządem Gospodarki Wodnej a Stowarzyszeniem Hydrologów Polskich.

Wstęp

Celem pracy była aktualizacja „*Metodyki obliczania przepływów i opadów maksymalnych o określonym prawdopodobieństwie przewyższenia dla zlewni kontrolowanych i niekontrolowanych oraz identyfikacji modeli transformacji opadu w odpływ*” opracowywanej przez Stowarzyszenie Hydrologów Polskich w 2009 r.

Praca obejmuje metody obliczania przepływów i maksymalnych rocznych o zadanym prawdopodobieństwie przewyższenia w zlewniach kontrolowanych i niekontrolowanych oraz opadów maksymalnych dobowych o określonym prawdopodobieństwie i czasie trwania oraz metody obliczenia hydrogramów hipotetycznych w zlewniach i zurbanizowanych.

Przepływy maksymalne roczne o zadanym prawdopodobieństwie przewyższenia oraz hydrogramy hipotetyczne są podstawą do sporządzenia map zagrożenia i ryzyka powodziowego.

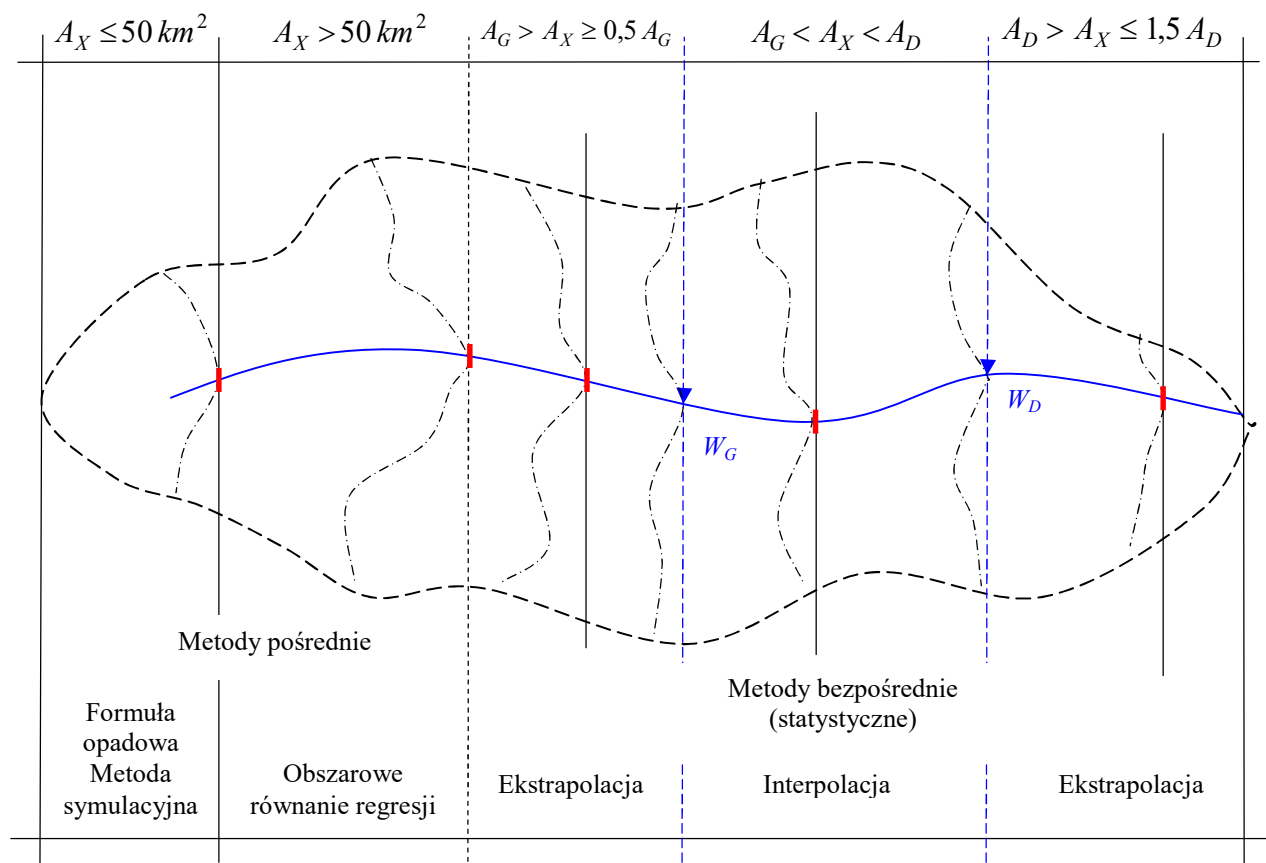
W zlewniach kontrolowanych posiadających długie ciągi obserwowanych przepływów maksymalnych rocznych ($N \geq 30$ lat) do obliczenia przepływów maksymalnych rocznych o określonym prawdopodobieństwie przewyższenia należy zastosować metodę statystyczną.

Jeżeli ciąg obserwacyjny jest krótszy od 30 lat, a na analizowanej rzece znajduje się inny wodowskaz, w którym prowadzone były obserwacje przez dłuższy okres, można uzupełnić przepływy maksymalne roczne stosując metodę regresji.

Ciągi obserwacyjne zweryfikowanych opadów i przepływów należy poddać analizie jednorodności przy zastosowaniu testu Manna-Kendalla. Do estymacji parametrów rozkładu Pearsona typ III w zależności od położenia na siatce prawdopodobieństwa wartości przepływów z ich prawdopodobieństwem empirycznym, można zastosować alternatywnie metodę decyli lub metodę największej wiarygodności.

Jeżeli przekrój obliczeniowy nie pokrywa się z przekrojem wodowskazowym do przeniesienia ciągu obserwacyjnego należy skorzystać z metody ekstrapolacji w ramach podobieństwa hydrologicznego (rys. 1).

Metodę ekstrapolacji można stosować w przypadku, gdy przekrój obliczeniowy znajduje się powyżej przekroju wodowskazowego i zamyka zlewnię o powierzchni A_x nie mniejszej od połowy powierzchni A_w do przekroju wodowskazowego: $A_w > A_x \geq 0,5 A_w$. Jeżeli przekrój obliczeniowy znajduje się poniżej przekroju wodowskazowego, powierzchnia zlewni A_x do przekroju obliczeniowego nie może przekraczać $1,5 A_w$: $A_w < A_x \leq 1,5 A_w$.



Rys. 1. Metody obliczania przepływów maksymalnych rocznych o określonym prawdopodobieństwie przewyższenia w zlewniach kontrolowanych i niekontrolowanych

Przekrój obliczeniowy może znajdować się pomiędzy przekrojami wodowskazowymi na tym samym cieku. W tym przypadku do przeniesienia ciągu obserwacyjnego należy zastosować metodę interpolacji (rys. 1).

Stosowanie metody ekstrapolacji i interpolacji powinno być poprzedzone analizą kształtowania się przepływów maksymalnych w zlewni, która wykaże możliwości zastosowania zasady podobieństwa do przenoszenia informacji hydrologicznej z przekroju kontrolowanego do niekontrolowanego.

Jeżeli przekrój badany znajduje się na cieku niekontrolowanym do obliczenia przepływów maksymalnych rocznych o określonym prawdopodobieństwie przewyższenia stosuje

się metody empiryczne. W zlewniach niezurbanizowanych, w których przekroje obliczeniowe zamykają powierzchnie mniejsze lub równe 50 km^2 , należy zastosować formułę opadową.

W zlewniach większych od 50 km^2 należy zastosować obszarowe równanie regresji.

W zlewniach zurbanizowanych z uwagi na nienaturalne warunki odpływu konieczne jest zastosowanie metody symulacyjnej, modelu transformacji opadu w odpływ, przy uwzględnieniu specyficznego pokrycia i użytkowania powierzchni zlewni.

W zlewniach w znacznym stopniu przekształconych antropogenicznie do obliczania przepływów maksymalnych rocznych o określonym prawdopodobieństwie przewyższenia należy zastosować specyficzne metody oparte na analizie procesów formowania się przepływów powodziowych. Analizowane w metodyce przypadki zestawiono w tabeli 1.

Tabela 1. Warunki stosowania metod obliczania przepływów maksymalnych rocznych o określonym prawdopodobieństwie przewyższenia w zlewniach kontrolowanych i niekontrolowanych

Określenie	Uwarunkowania Zakres stosowania	Metoda
Zlewnie kontrolowane		
Przekrój wodowskazowy	Długi ciąg obserwacyjny $N \geq 30$ lat	- metoda statystyczna
	Krótki ciąg obserwacyjny $N < 30$ lat	- równanie regresji - metoda statystyczna
Przekrój niekontrolowany na rzece kontrolowanej	Przekrój położony powyżej lub poniżej wodowskazu	- równanie ekstrapolacji - metoda statystyczna
	Przekrój położony pomiędzy wo- dowskazami	- równanie interpolacji - metoda statystyczna
Zlewnie niekontrolowane		
Zlewnie o powierzchni $A \leq 50 \text{ km}^2$	Zlewnie niezurbanizowane	- formuła opadowa
	Zlewnie zurbanizowane	- metoda symulacyjna - model opad-odpływ
Zlewnie o powierzchni $A > 50 \text{ km}^2$	Obszar całego kraju	- obszarowe równanie regresji

Praca obejmuje również metody obliczania hydrogramów hipotetycznych o zadanych przepływach kulminacyjnych w tym przepływów o zadanim prawdopodobieństwie przewyższenia w przekrojach kontrolowanych i niekontrolowanych przy zastosowaniu matematycznych modeli transformacji opadu w odpływ. W tym celu należy określić średni w zlewni dobowy opad maksymalny roczny o zadanim prawdopodobieństwie przewyższenia na podstawie opadów zarejestrowanych na stacjach opadowych. W uzasadnionych przypadkach można wyznaczyć hydrogramy hipotetyczne na podstawie obserwowanych historycznych fal powodziowych.

I Badanie jednorodności serii czasowej przepływów lub opadów dobowych maksymalnych rocznych

Każda seria czasowa przepływów maksymalnych rocznych lub opadów dobowych maksymalnych rocznych powinna zawierać wartości zweryfikowane.

1. Test Manna-Kendalla o nieistnieniu czasowego trendu monotonicznego

Stosowane metody identyfikacji rozkładów maksymalnych rocznych przepływów czy opadów wymagają, aby seria czasowa tych wartości była jednorodna. Warunek ten oznacza, że przyrodniczy mechanizm generowania przepływów maksymalnych rocznych Q_{max} czy opadów maksymalnych rocznych P_{max} jest w każdym roku taki sam (przepływy/opady pochodzą z tego samego rozkładu prawdopodobieństwa) oraz że przeszłe wartości nie mają wpływu na wartości przyszłe (brak trendu, niezależność od czasu).

Test Manna-Kendalla (MK) (Kendall i Stuart, 1968), zastosowany do N -elementowej serii $\{x_{max,1}, x_{max,2}, \dots, x_{max,N}\}$ przepływów maksymalnych rocznych czy opadów maksymalnych rocznych jest testem nieparametrycznym weryfikującym hipotezę H_0 o jednorodności serii zmierzonych wartości zmiennej X_{max} , rozumianą w ten sposób, że wartości $x_{max,i}$ są w kolejnych latach niezależne i pochodzą z tego samego rozkładu prawdopodobieństwa. Konsekwencją tego założenia jest oczekiwanie, że seria ta wykaże brak trendu monotonicznego (niekoniecznie liniowego). Zaletą testu MK (jak i innych testów nieparametrycznych) jest fakt, że nie wymaga on założenia o postaci rozkładu zmiennej Q_{max} .

Odrzucenie hipotezy H_0 oznacza, że istnieje trend monotoniczny (rosnący lub malejący), co w konsekwencji oznacza niemożność wykorzystania takiej serii do obliczania $X_{max,p}$ którejkolwiek z poniżej opisanych metod.

Dla danej serii czasowej przepływów lub opadów maksymalnych rocznych $\{x_{max,1}, x_{max,2}, \dots, x_{max,N}\}$ test MK wykonywany jest następująco:

1. Obliczyć wartość S statystyki Manna-Kendalla:

$$S = \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \text{sgn}(x_{max,j} - x_{max,i}) \quad (1.1)$$

gdzie funkcja $\text{sgn}(\cdot)$ jest zdefiniowana następująco:

$$\text{sgn}(x) = \begin{cases} 1, & \text{gdy } x > 0 \\ 0, & \text{gdy } x = 0 \\ -1, & \text{gdy } x < 0 \end{cases} \quad (1.2)$$

2. Obliczyć wartość odchylenia standardowego σ_S zmiennej S :

$$\sigma_S = \sqrt{\frac{1}{18} N(N-1)(2N+5)} \quad (1.3)$$

Wzór (1.3) jest słuszny, gdy brak jest powtarzających się elementów serii; gdy tak nie jest wzór może być stosowany nadal, gdy jest ich co najwyżej kilka (Haan, 2002). Można przyjąć, że serie czasowe przepływów maksymalnych spełniają ten warunek; nie zachodzi więc potrzeba uwzględniania poprawek.

3. Obliczyć wartość u statystyki

$$U = \frac{S - \text{sgn}(S)}{\sigma_S} \quad (1.4)$$

Statystyka U podlega w przybliżeniu standaryzowanemu rozkładowi normalnemu $N(0;1)$ już dla $N \geq 10$.

4. Porównać absolutną wartość $|u|$ obliczonej wartości u statystyki U z krytyczną wartością $u_{kryt}(\alpha)$ statystyki testowej U . Jeśli dla ustalonego poziomu istotności α testu (zwykle przyjmuje się $\alpha = 0,05$) wartość $|u|$ spełnia warunek $|u| < u_{kryt}(\alpha)$ (np. $u_{kryt}(0,05) = 1,96$ dla testu dwustronnego), to hipoteza H_0 o niezależności od czasu i nieskorelowaniu serii $\{x_{max,1}, x_{max,2}, \dots, x_{max,N}\}$ jest akceptowana (badana seria nie wykazuje trendu monotonicznego). W przypadku przeciwnym, gdy $|u| > u_{kryt}(\alpha)$, hipotezę H_0 należy odrzucić.

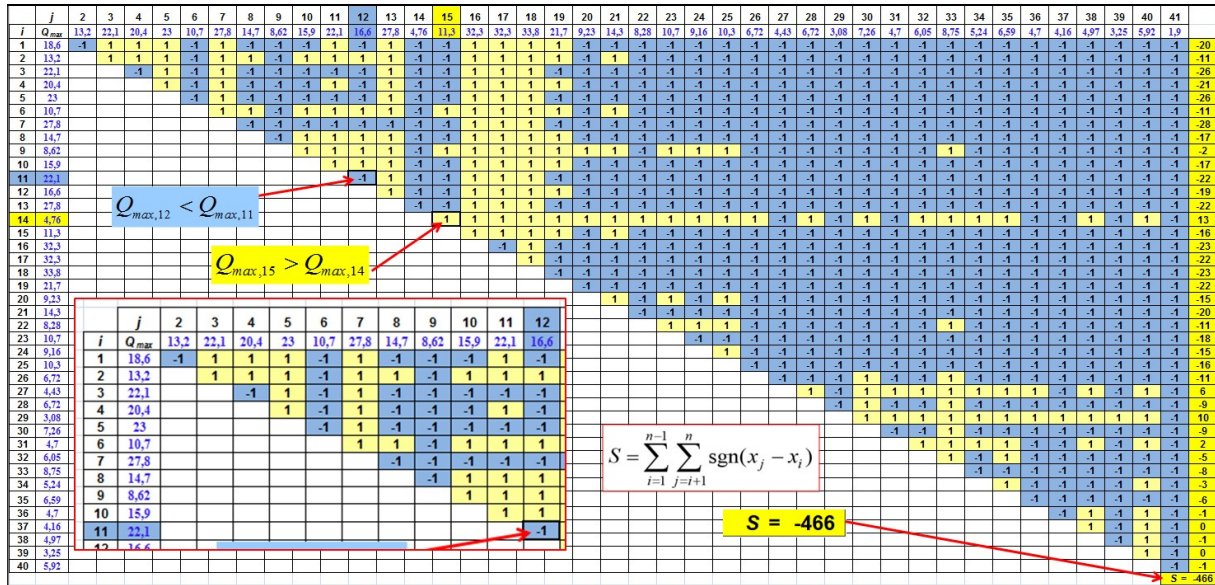
Przykład 1.1 (negatywny). Sprawdzić testem Manna-Kendalla jednorodność serii czasowej przepływów maksymalnych rocznych Q_{max} rzeki Bóbr w przekroju wodowskazowym Bukówka. Długość serii wynosi $N = 41$.

W tabeli 1.1 zestawiono wartości przepływów maksymalnych rocznych rzeki Bóbr w przekroju wodowskazowym Bukówka. Na rys 1.1 pokazano sposób obliczania wartości statystyki S Manna-Kendalla.

Tabela 1.1. Seria czasowa przepływów Q_{max} w przekroju wodowskazowym Bukówka na Bobrze

Lp.	Rok	Przepływ Q_{max} , m ³ /s	Lp.	Rok	Przepływ Q_{max} , m ³ /s	Lp.	Rok	Przepływ Q_{max} , m ³ /s
1	1965	18,6	15	1979	11,3	29	1993	3,08
2	1966	13,2	16	1980	32,3	30	1994	7,26
3	1967	22,1	17	1981	32,3	31	1995	4,7,0
4	1968	20,4	18	1982	33,8	32	1996	6,05
5	1969	23,0	19	1983	21,7	33	1997	8,75
6	1970	10,7	20	1984	9,23	34	1998	5,24
7	1971	27,8	21	1985	14,3	35	1999	6,59
8	1972	14,7	22	1986	8,28	36	2000	4,7

9	1973	8,62	23	1987	10,7	37	2001	4,16
10	1974	15,9	24	1988	9,16	38	2002	4,97
11	1975	22,1	25	1989	10,3	39	2003	3,25
12	1976	16,6	26	1990	6,72	40	2004	5,92
13	1977	27,8	27	1991	4,43	41	2005	1,9
14	1978	4,76	28	1992	6,72			



Rys. 1.1. Ilustracja obliczeń wartości statystyki S Manna-Kendalla. Liczby w żółtej kolumnie po prawej to sumy $+1$ i -1 w kolejnych wierszach. Wkładka pokazuje w powiększeniu szczegóły w lewym górnym rogu.

W wierszu drugim na rys. 1.1 znajdują się chronologicznie ustawione wartości przepływów $Q_{max,j}, j = 2, 3, \dots, N = 41$; w kolumnie drugiej – chronologicznie ustawione wartości przepływów $Q_{max,i}, i = 1, 2, \dots, N-1 = 40$. W przecięciu wiersza i oraz kolumn j wpisany jest wynik $\text{sgn}(Q_{max,j} - Q_{max,i})$, tj. $-1, 0$ lub 1 . Wartość $S = -466$ to suma wszystkich wartości z prawej górnej części tabeli.

Według wzoru (1.3) odchylenie standardowe σ_S zmiennej S wynosi dla $N = 41$

$$\sigma_S = \sqrt{\frac{1}{18} N(N-1)(2N+5)} = 89,03 \quad (1.5)$$

Wartość u statystyki U (1.4) wynosi

$$u = \frac{S - \text{sgn}(S)}{\sigma_S} = \frac{-466 + 1}{89,03} = -5,22 \quad (1.6)$$

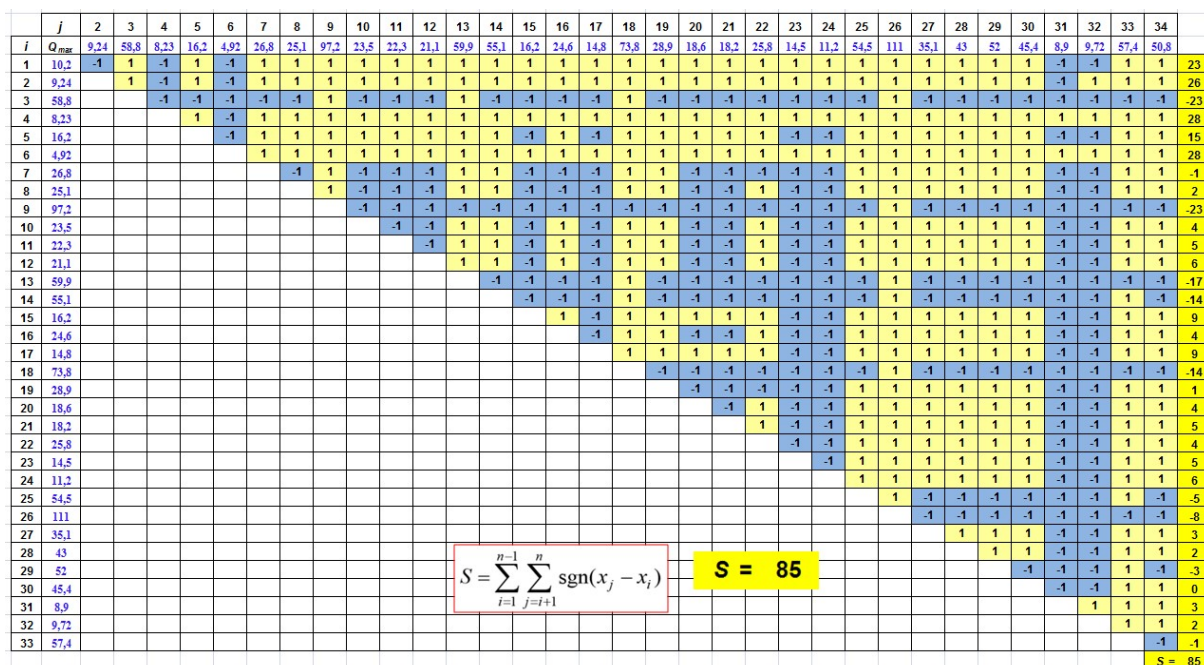
Wartość krytyczna $u_{kryt}(\alpha)$ statystyki U wynosi dla poziomu istotności $\alpha = 5\%$ $u_{kryt}(5\%) = 1,96$, a więc $|u| = 5,22$ jest większe od $u_{kryt}(5\%)$, co oznacza, że są podstawy do odrzucenia hipotezy o braku trendu monotonicznego przepływów maksymalnych rocznych rzeki Bóbr w przekroju wodowskazowym Bukówka.

Przykład 1.2. (pozytywny). Sprawdzić testem Manna-Kendalla jednorodność serii czasowej przepływów maksymalnych rocznych Q_{max} rzeki Czarnej w przekroju wodowskazowym Polana. Długość serii wynosi $N = 34$.

W tabeli 1.2 zestawiono wartości przepływów maksymalnych rocznych rzeki Czarnej w przekroju wodowskazowym Polana. Na rys. 1.2 pokazano szczegóły obliczania wartości statystyki S Manna-Kendalla.

Tabela 1.2. Seria czasowa przepływów Q_{max} w przekroju wodowskazowym Polana na Czarnej

Lp.	Rok	$Q_{max}, m^3/s$	Lp.	Rok	$Q_{max}, m^3/s$	Lp.	Rok	$Q_{max}, m^3/s$
1	1972	10,2	13	1984	59,9	25	1996	54,5
2	1973	9,24	14	1985	55,1	26	1997	111
3	1974	58,8	15	1986	16,2	27	1998	35,1
4	1975	8,23	16	1987	24,6	28	1999	43
5	1976	16,2	17	1988	14,8	29	2000	52
6	1977	4,92	18	1989	73,8	30	2001	45,4
7	1978	26,8	19	1990	28,9	31	2002	8,9
8	1979	25,1	20	1991	18,6	32	2003	9,72
9	1980	97,2	21	1992	18,2	33	2004	57,4
10	1981	23,5	22	1993	25,8	34	2005	50,8
11	1982	22,3	23	1994	14,5			
12	1983	21,1	24	1995	11,2			



Rys 1.2. Ilustracja obliczeń wartości statystyki S Manna-Kendalla. Liczby w żółtej kolumnie po prawej to sumy $+1$ i -1 w kolejnych wierszach.

Odchylenie standardowe zmiennej S wynosi dla $N = 34$:

$$\sigma_s = \sqrt{\frac{1}{18} N(N-1)(2N+5)} = 67,46 \quad (1.7)$$

Wartość u statystyki U (1.4) wynosi

$$u = \frac{S - \text{sgn}(S)}{\sigma_s} = \frac{85-1}{67,46} = 1,245 \quad (1.8)$$

Wartość $u_{kryt}(\alpha)$ statystyki U wynosi dla poziomu istotności $\alpha = 5\%$ $u_{kryt}(5\%) = 1,96$, a więc $|u| = 1,245$ jest mniejsze od $u_{kryt}(5\%)$, co oznacza, że nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy o braku trendu monotonicznego przepływów maksymalnych rocznych rzeki Czarna w przekroju wodowskazowym Polana. Tym samym badana seria przepływów została zakwalifikowana do dalszych obliczeń.

Literatura

- Haan C. T. 2002. *Statistical methods in hydrology*, The Iowa Stat Press, Ames IA
 Kendall M. G., Stuart, A. 1968. *The Advanced Theory of Statistics*, Volume 3 – Design and analysis, and time series, Second edition, Griffin London

II Średni w zlewni opad maksymalny roczny o zadanym prawdopodobieństwie przewyższenia

1. Metody określenia opadu średniego w zlewni

Do obliczenia przepływów maksymalnych rocznych o określonym prawdopodobieństwie przewyższenia metodami empirycznymi (zlewnie niekontrolowane) oraz przy stosowaniu modeli hydrologicznych transformacji opadu w odpływ do wyznaczenia hydrogramów hipotetycznych, konieczne jest określenie wysokości opadu średniego w zlewni.

Metody obliczenia opadu średniego w zlewni bazują na określonych wartościach opadu w punktach pomiarowych, położonych w zlewni oraz jej bezpośrednim sąsiedztwie. Wybór metody jest uzależniony od zróżnicowanej w czasie i przestrzeni wysokości opady, powierzchni zlewni i warunków orograficznych.

Do najczęściej stosowanych metod obliczenia opadu średniego w zlewni należą: metoda wieloboków równego opadu i metoda izohiet. W uzasadnionych przypadkach można stosować inne metody np. metodę krigingu.

1.1. Metoda wieloboków równego opadu

Dysponując wysokością opadu na stacjach opadowych położonych w zlewni lub w jej sąsiedztwie, w celu obliczenia średniego opadu w zlewni można zastosować metodę wieloboków równego opadu (wieloboków Thiessena). W tym celu sąsiadujące stacje opadowe łączy się liniami prostymi, tworząc sieć trójkątów. Symetralne boków trójkątów oraz granica zlewni wyznaczają obszary należące do danej stacji opadowej (rys. 2.1). Przyjmuje się, że w każdym wieloboku o powierzchni A_i , wysokość opadu w zadanym przedziale czasu jest równa opadowi P_i na stacji, dla której wielobok został wyznaczony. Opad średni w zlewni oblicza się ze wzoru:

$$P_{\bar{s}r} = \frac{1}{A} \sum_{i=1}^K P_i \cdot A_i \quad (2.1)$$

gdzie:

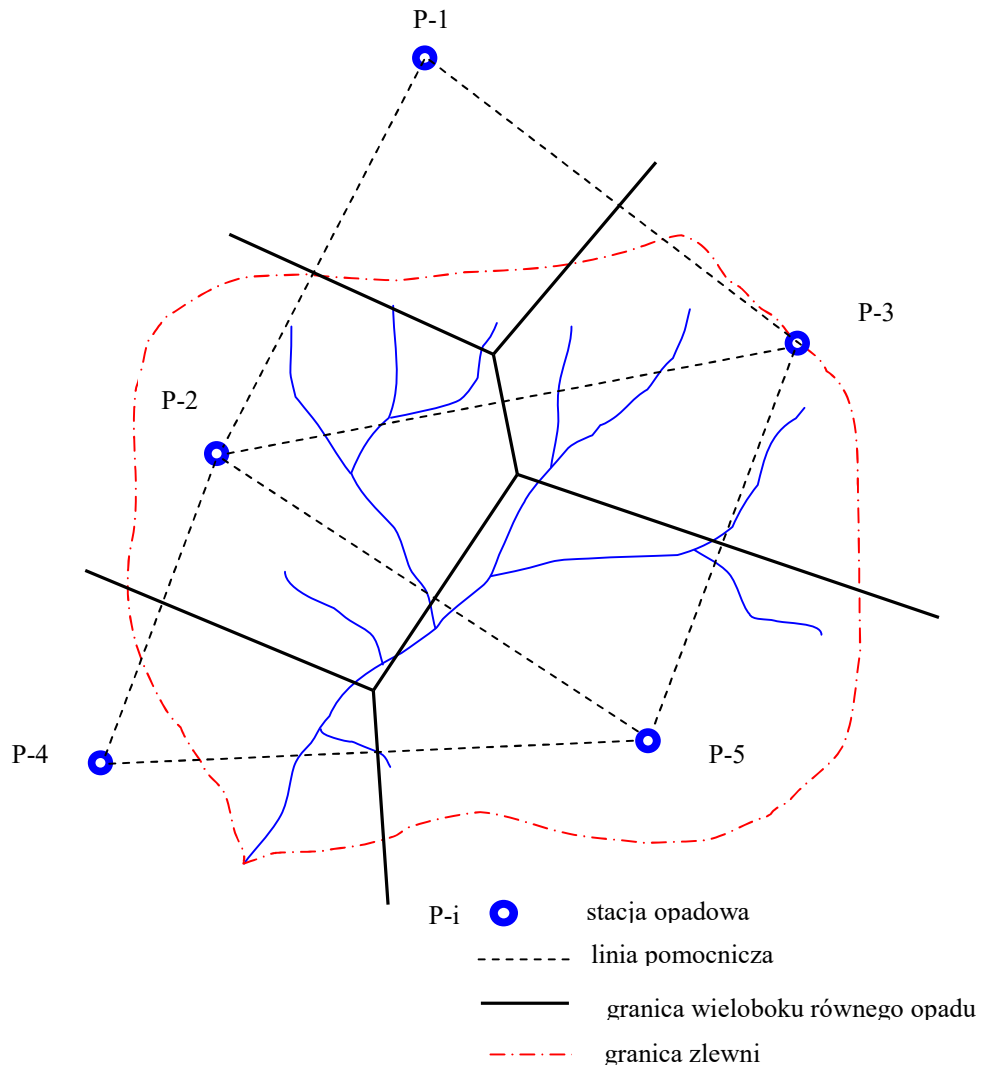
$P_{\bar{s}r}$ – wysokość średniego opadu w zlewni, mm,

P_i – wysokość opadu w i -tej stacji opadowej, mm,

A_i – powierzchnia i -tego wieloboku, km²,

A – powierzchnia zlewni, km²,

K – liczba wieloboków równego opadu.

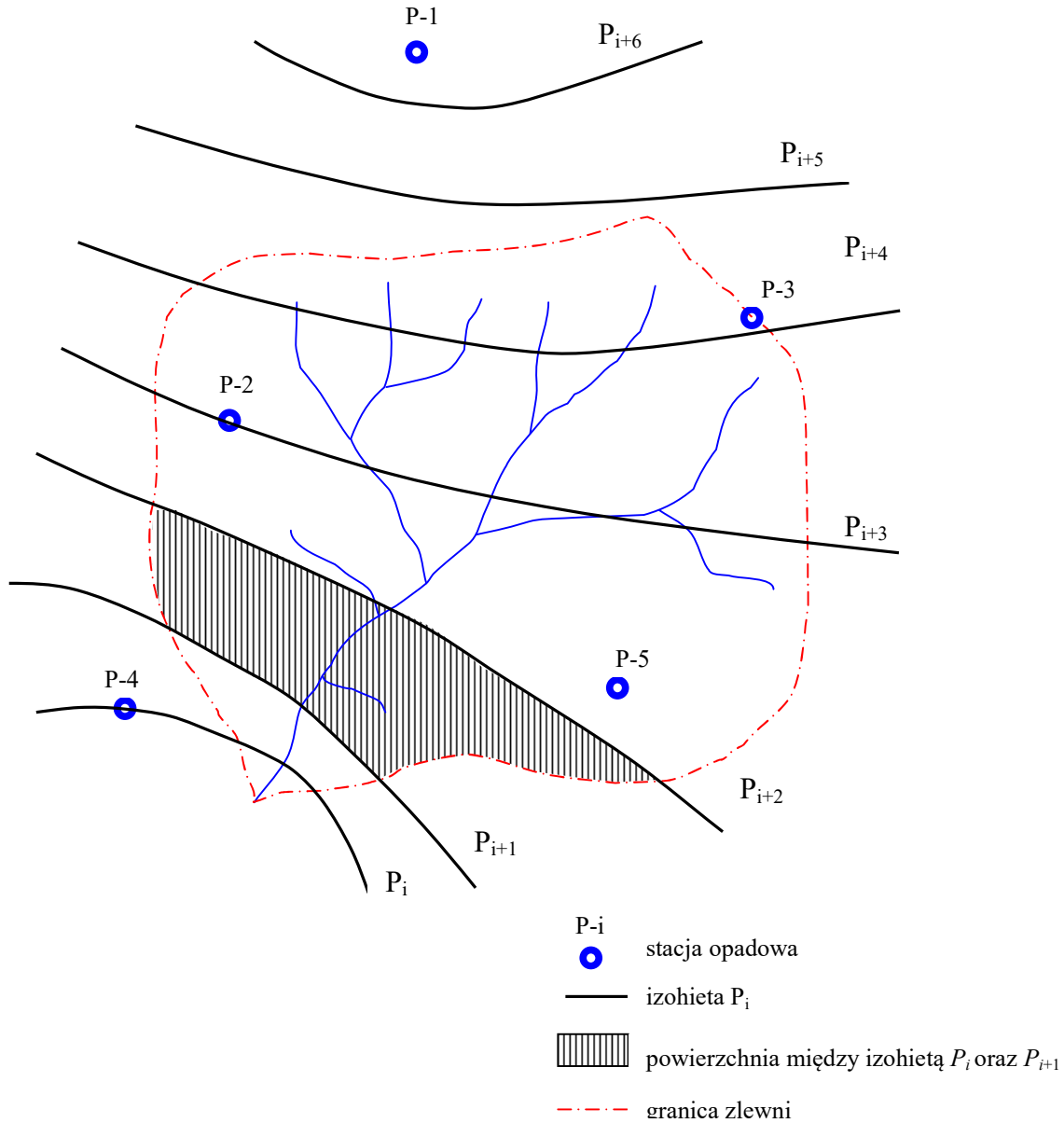


Rys. 2.1. Podział zlewni na wieloboki równego opadu

1.2. Metoda izohiet

W metodzie izohiet wyznacza się linie, które łączą punkty o jednakowej wysokości opadu. Izohiety wykreśla się metodą interpolacyjną pomiędzy wysokościami opadu w poszczególnych stacjach opadowych. W przypadku zlewni górskich lub wyżynnych wysokość opadu zależy w dużej mierze od ukształtowania terenu. W związku z tym przebieg izohiet jest zbliżony do układu warstwicy.

Po wykreśleniu izohiet, opad średni w zadanym przedziale czasu oblicza się ze wzoru (2.2), przyjmując jako P_i opad średni dla sąsiednich izohiet, natomiast A_i jest polem powierzchni pomiędzy tymi izohietami i granicą zlewni (rys. 2.2) (Byczkowski 1996).



Rys. 2.2. Podział zlewni na obszary o jednakowej wysokości opadu w metodzie izohiet

Średni opad w zlewni dla zadanego przedziału czasu oblicza się ze wzoru (2.2):

$$P_{\bar{s}r} = \frac{1}{A} \sum_{i=1}^M \bar{P}_{i,i+1} \cdot A_{i,i+1} \quad (2.2)$$

gdzie:

$P_{\bar{s}r}$ – wysokość średniego opadu w zlewni, mm,

$\bar{P}_{i,i+1}$ – średnia wysokość opadu między izohietami i oraz $i+1$, mm,

$A_{i,i+1}$ – powierzchnia zlewni zawarta pomiędzy izohietami i oraz $i+1$, km²,

A – powierzchnia zlewni, km²,

M – liczba powierzchni pomiędzy izohietami i granicą zlewni.

2. Obliczenie maksymalnych rocznych dobowych opadów średnich w zlewni o zadanym prawdopodobieństwie przewyższenia – rozkład logarytmiczno-normalny

1. Wartości $P_{max,p}$ maksymalnego dobowego opadu rocznego, średniego w zlewni, o zadanym prawdopodobieństwie przewyższenia p oblicza się ze wzoru:

$$P_{max,p} = \epsilon + \exp(\mu + \sigma \cdot u_p) \quad (2.3)$$

gdzie:

ϵ – dolne ograniczenie opadu P_{max} w mm, $P_{max} \geq \epsilon$; wartość obliczana według wzoru (Stedinger i in., 1993):

$$\epsilon = \frac{P_{max(1)} P_{max(N)} - \left(\text{mediana}(P_{max,i}) \right)^2}{P_{max(1)} + P_{max(N)} - 2 \text{mediana}(P_{max,i})} \quad (2.4)$$

gdzie:

$P_{max(1)}, P_{max(N)}$ – wartości największa i najmniejsza szeregu czasowego opadów $P_{max,i}$, $i = 1, 2, \dots, N$

μ – parametr rozkładu obliczany metodą największej wiarygodności ze wzoru:

$$\mu = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ln(P_{max,i} - \epsilon) \quad (2.5)$$

σ – parametr rozkładu obliczany metodą największej wiarygodności ze wzoru:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N [\ln(P_{max,i} - \epsilon) - \mu]^2} \quad (2.6)$$

u_p – kwantyl rzędu p , gdzie p oznacza prawdopodobieństwo przewyższenia, w rozkładzie standaryzowanym normalnym. Wartość tę można obliczyć korzystając z funkcji $u_p = \text{ROZKŁAD.NORMALNY.S.ODW}(1-p)$ arkusza kalkulacyjnego Excel.

Wartości funkcji prawdopodobieństwa przewyższenia i kwantyle rozkładu logarytmiczno-normalnego można obliczyć np. za pomocą arkusza kalkulacyjnego Excel korzystając z następujących wzorów:

$$P(P_{max} \geq x) = \text{ROZKŁAD.LOG}(x - \epsilon; \mu; \sigma; \text{prawda}) \quad (2.7)$$

$$P_{max,p} = \epsilon + \exp(\mu + \sigma \cdot \text{ROZKŁAD.NORMALNY.S.ODW}(1-p)) \quad (2.8)$$

gdzie:

p – prawdopodobieństwo przewyższenia.

2. Wielkość górnej granicy $P_{max,p}^\beta$ jednostronnego $\beta\%$ przedziału ufności dla rzeczywistych prawdopodobnych dobowych opadów maksymalnych rocznych $P_{max,p}$ w rozkładzie loga-

rytmiczno-normalnym z dwoma parametrami obliczonymi metodą największej wiarygodności ze wzoru (Stedinger i in., 1993):

$$P_{max,p}^\beta = P_{max,p} \exp \left[u_\beta \frac{\sigma}{\sqrt{N}} \sqrt{1 + \frac{1}{2} u_p^2} \right] \quad (2.9)$$

gdzie:

$P_{max,p}$ – kwantyl rzędu p obliczany wzorem (2.8),

u_β – kwantyl rzędu β w standaryzowanym rozkładzie normalnym; β oznacza prawdopodobieństwo nieprzewyższenia, $u_\beta = \text{ROZKŁAD.NORMALNY.S.ODW}(\beta)$

u_p – kwantyl rzędu p w standaryzowanym rozkładzie normalnym. Wartość tę można obliczyć korzystając z funkcji: $u_p = \text{ROZKŁAD.NORMALNY.S.ODW}(1-p)$ arkusza kalkulacyjnego Excel.

σ – odchylenie standardowe zmiennej $\ln(P_{max} - \epsilon)$ obliczane wzorem (2.6).

3. Teoretyczne prawdopodobieństwo $P(P_{max} \geq x)$ przewyższenia wartości x przez opad dobowy P_{max} w trójparametrowym rozkładzie logarytmiczno-normalnym oblicza się za pomocą wzoru:

$$P(P_{max} \geq x) = 1 - \Phi \left(\frac{\ln(x - \epsilon) - \mu}{\sigma} \right) \quad (2.10)$$

gdzie:

$\Phi(u)$ – dystrybuanta (prawdopodobieństwo nieprzewyższenia wartości u) standaryzowanego rozkładu normalnego. Do jej obliczenia można wykorzystać arkusz kalkulacyjny MS Excel: $\Phi(u) = \text{ROZKŁAD.NORMALNY.S}(u)$.

Przykład 2.1. Obliczyć maksymalne roczne średnie w danej zlewni opady dobowe o określonym prawdopodobieństwie przewyższenia, $P_{max,p}$, mając daną 30-letnią serię opadów dobowych z okresu 1 V - 30 IX każdego roku zmierzonych w 5 stacjach opadowych. Metoda wieloboków równego opadu daje każdej z tych stacji niezerowy udział (wagę $A_i/A > 0$, por. wzór (2.1)) do opadu średniego w badanej zlewni. Na tej podstawie dla każdej ze 153 dób okresu 1 V - 30 IX kolejnych lat został obliczony opad średni i w każdym roku została wybrana wartość maksymalna $P_{max,i}$, $i = 1, 2, \dots, N = 30$.

1. Sprawdzić testem Manna-Kendalla jednorodność serii czasowej dobowych opadów maksymalnych rocznych P_{max} w danej zlewni.

Obliczona jak w przykładach 1.1 i 1.2 wartość S statystyki Manna-Kendalla wynosi $S = 53$.

Odchylenie standardowe zmiennej S wynosi dla $N = 30$:

$$\sigma_s = \sqrt{\frac{1}{18} N(N-1)(2N+5)} = 56,05 \quad (2.11)$$

Wartość u statystyki U wynosi

$$u = \frac{S - \text{sgn}(S)}{\sigma_s} = \frac{30-1}{56,05} = 0,928 \quad (2.12)$$

Wartość $u_{kryt}(\alpha)$ statystyki U wynosi dla poziomu istotności $\alpha = 5\%$ $u_{kryt}(5\%) = 1,96$, a więc $|u| = 0,928$ jest mniejsze od $u_{kryt}(5\%)$, co oznacza, że nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy o braku trendu monotonicznego średnich obszarowo opadów maksymalnych rocznych w badanej zlewni. Tym samym badana seria opadów została zakwalifikowana do dalszych obliczeń.

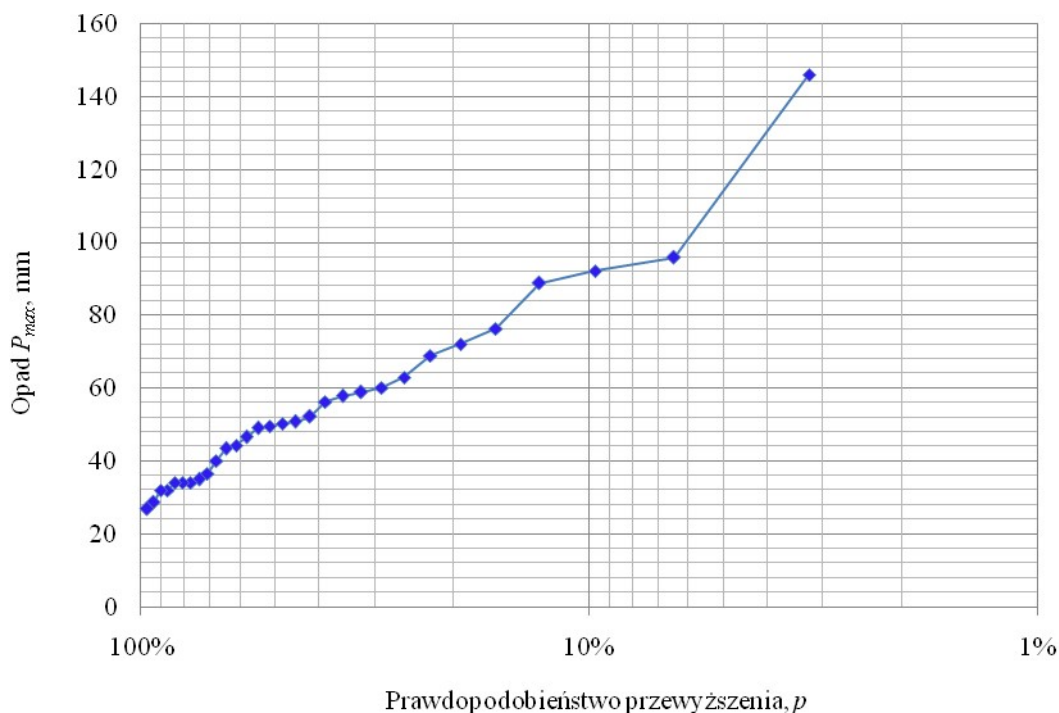
2. Uporządkować malejąco serię chronologiczną danych i obliczyć empiryczne prawdopodobieństwa przewyższenia (tabela 2.1). Rys. 2.3 ilustruje rozkład empiryczny na logarytmicznej podziałce prawdopodobieństwa.

Tabela 2.1. Seria chronologiczna P_{max} średnich obszarowo opadów maksymalnych rocznych oraz seria uporządkowana $P_{max(i)}$ wraz z empirycznymi prawdopodobieństwami przewyższenia $i/(N+1)$

Rok	Opad P_{max} , mm	i	Opad $P_{max(i)}$, mm	Prawdop. przewyższenia $i/(N+1)$
1984	43,38	1	145,88	0,032
1985	95,82	2	95,82	0,065
1986	34,98	3	92,12	0,097
1987	32,06	4	88,86	0,129
1988	34,18	5	76,38	0,161
1989	28,58	6	72,12	0,194
1990	36,60	7	69,02	0,226
1991	60,22	8	63,00	0,258
1992	40,04	9	60,22	0,290
1993	26,88	10	58,88	0,323
1994	56,36	11	57,80	0,355
1995	49,50	12	56,36	0,387
1996	92,12	13	52,24	0,419
1997	88,86	14	50,86	0,452
1998	52,24	15	50,38	0,484
1999	46,62	16	49,50	0,516
2000	63,00	17	49,12	0,548
2001	72,12	18	46,62	0,581
2002	76,38	19	44,36	0,613
2003	44,36	20	43,38	0,645
2004	34,20	21	40,04	0,677
2005	50,38	22	36,60	0,710
2006	58,88	23	34,98	0,742

2007	69,02
2008	49,12
2009	50,86
2010	145,88
2011	57,80
2012	34,12
2013	32,02

24	34,20	0,774
25	34,18	0,806
26	34,12	0,839
27	32,06	0,871
28	32,02	0,903
29	28,58	0,935
30	26,88	0,968



Rys. 2.3. Empiryczne prawdopodobieństwa przewyższenia średnich obszarowo opadów maksymalnych rocznych P_{max}

2. Oszacować dolne ograniczenie ϵ . Zgodnie ze wzorem (2.4) wartość ta wynosi:

$$\epsilon = \frac{P_{max(1)} P_{max(N)} - \left(\text{mediana}(P_{max,i}) \right)^2}{P_{max(1)} + P_{max(N)} - 2 \text{mediana}(P_{max,i})} = \frac{145,88 \cdot 26,88 - 49,94^2}{145,88 + 26,88 - 2 \cdot 49,94} = 19,6 \text{ mm} \quad (2.13)$$

3. Oszacować parametry μ i σ rozkładu logarytmiczno-normalnego metodą największej wiarygodności. W tym celu:

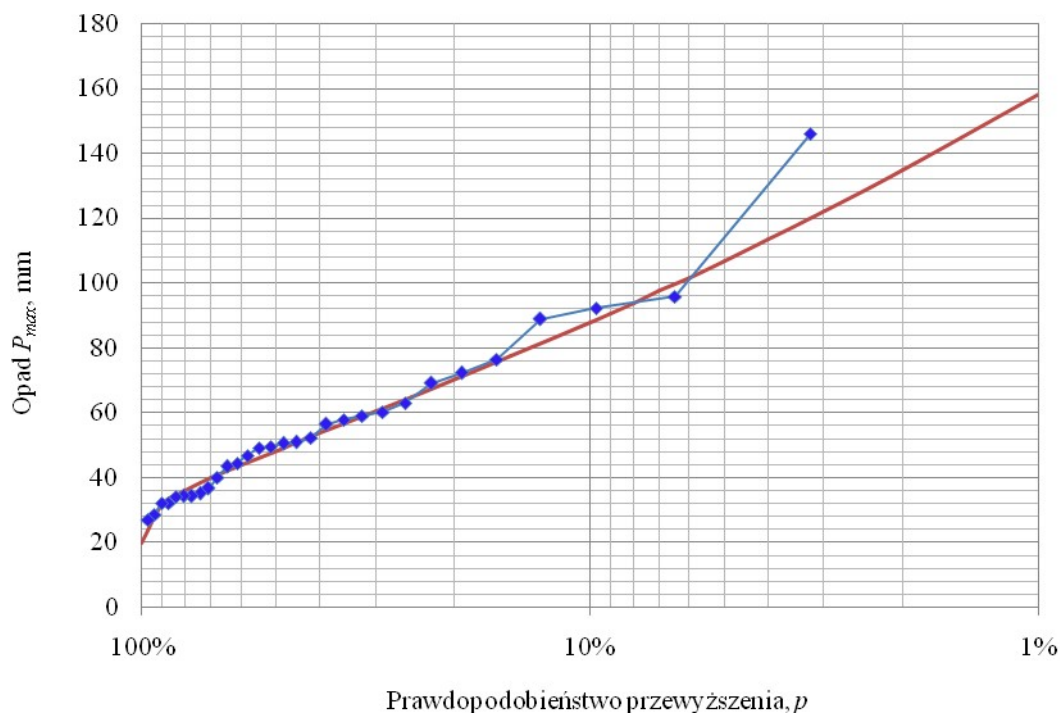
a) Obliczyć wartość parametru μ :

$$\mu = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ln(P_{max,i} - \epsilon) = 3,355 \quad (2.14)$$

b) Obliczyć wartość parametru σ

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N [\ln(P_{max,i} - \epsilon) - \mu]^2} = 0,677 \quad (2.15)$$

4. Obliczyć wartości $P_{max,p}$ dla wybranych wartości p prawdopodobieństwa przewyższenia. Obliczeń tych można dokonać wykorzystując wzór (2.8).
5. Uzyskane wartości $P_{max,p}$ teoretycznego rozkładu prawdopodobieństwa przewyższenia opadów P_{max} nanieść na podziałkę prawdopodobieństwa (rys. 2.4).



Rys. 2.4. Teoretyczny rozkład prawdopodobieństwa $p_{teor}(P_{max}; \epsilon = 19,6 \text{ mm}; \mu = 3,355; \sigma = 0,677)$ (linia ciągła) przewyższenia opadów P_{max}

6. Zweryfikować hipotezę H_0 (prawdziwy rozkład zmiennej P_{max} jest rozkładem lognormalnym) za pomocą testu λ Kołmogorowa. W tym celu:
 - a) dla wszystkich wartości uporządkowanej malejąco serii danych $P_{max,(i)}$, $i = 1, 2, \dots, N = 31$, obliczyć wartość D_i (wyniki zestawiono w tabeli 2.2):

$$D_i = \max \left[\left| \frac{i}{N+1} - p_{teor}(P_{max,(i)}) \right|, \left| \frac{i+1}{N+1} - p_{teor}(P_{max,(i)}) \right| \right] \quad (2.16)$$

- b) obliczyć maksymalną wartość D_{max}

$$D_{max} = \max_{i=1, \dots, N} \{D_i\} = 0,098 \quad (2.17)$$

- c) obliczyć wartość λ_{Kol} statystyki testowej testu λ Kołmogorowa:

$$\lambda_{Kol} = \sqrt{N} \cdot D_{max} = \sqrt{31} \cdot 0,098 = 0,539 \quad (2.18)$$

Ponieważ wartość statystyki testowej $\lambda_{Kol} = 0,539$ jest mniejsza od 5% wartości krytycznej $\lambda_{kr} = 1,36$, nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej, że rozkładem prawdopodo-

bieństwa opadów maksymalnych P_{max} jest rozkład logarytmiczno-normalny z parametrami $\epsilon = 19,6$ mm; $\mu = 3,355$; $\sigma = 0,677$.

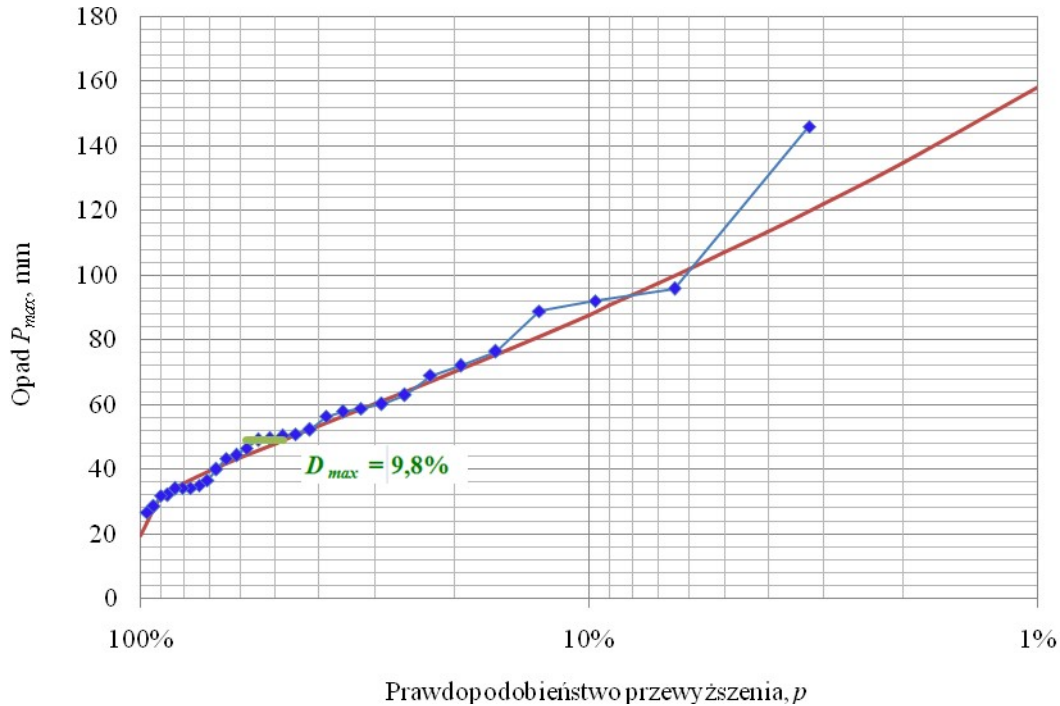
Obliczone przepływy maksymalne roczne o określonym prawdopodobieństwie przewyższenia zestawiono w tabeli 2.2. Krzywą prawdopodobieństwa pokazano na rys. 2.5.

Tabela 2.2. Uporządkowana malejąco seria dobowych opadów maksymalnych rocznych, $P_{max(i)}$, teoretyczne prawdopodobieństwa przewyższenia, $p_{teor}(P_{max(i)})$, wartości pomocnicze do obliczania D_i (2.16), D_{max} (2.17) oraz λ_{Kol} (2.18).

i	Opad $P_{max(i),}$ mm	$p_{teor}(P_{max(i)})$	$i/(N+1)$	$(i+1)/(N+1)$	$ i/(N+1) - p_{teor}(P_{max}) $	$ (i+1)/(N+1) - p_{teor}(P_{max}) $	D_i
1	145,88	1,4%	0,032	0,065	0,018	0,050	0,050
2	95,82	7,4%	0,065	0,097	0,010	0,022	0,022
3	92,12	8,5%	0,097	0,129	0,012	0,044	0,044
4	88,86	9,6%	0,129	0,161	0,033	0,065	0,065
5	76,38	15,6%	0,161	0,194	0,005	0,037	0,037
6	72,12	18,5%	0,194	0,226	0,008	0,040	0,040
7	69,02	21,0%	0,226	0,258	0,015	0,048	0,048
8	63,00	27,0%	0,258	0,290	0,012	0,020	0,020
9	60,22	30,3%	0,290	0,323	0,013	0,020	0,020
10	58,88	32,1%	0,323	0,355	0,002	0,034	0,034
11	57,8	33,5%	0,355	0,387	0,019	0,052	0,052
12	56,36	35,6%	0,387	0,419	0,031	0,063	0,063
13	52,24	42,4%	0,419	0,452	0,004	0,028	0,028
14	50,86	44,9%	0,452	0,484	0,003	0,035	0,035
15	50,38	45,8%	0,484	0,516	0,026	0,058	0,058
16	49,50	47,5%	0,516	0,548	0,041	0,074	0,074
17	49,12	48,2%	0,548	0,581	0,066	0,098	0,098
18	46,62	53,4%	0,581	0,613	0,046	0,079	0,079
19	44,36	58,5%	0,613	0,645	0,028	0,060	0,060
20	43,38	60,8%	0,645	0,677	0,037	0,069	0,069
21	40,04	69,1%	0,677	0,710	0,013	0,019	0,019
22	36,60	77,9%	0,710	0,742	0,070	0,037	0,070
23	34,98	82,0%	0,742	0,774	0,079	0,046	0,079
24	34,20	84,0%	0,774	0,806	0,066	0,033	0,066
25	34,18	84,0%	0,806	0,839	0,034	0,002	0,034
26	34,12	84,2%	0,839	0,871	0,003	0,029	0,029
27	32,06	89,0%	0,871	0,903	0,019	0,013	0,019
28	32,02	89,1%	0,903	0,935	0,012	0,044	0,044
29	28,58	95,6%	0,935	0,968	0,021	0,011	0,021
30	26,88	97,8%	0,968	1,000	0,011	0,022	0,022

$$D_{max} = 0,098$$

$$\sqrt{N} \cdot D_{max} = 0,539$$



Rys. 2.5. Położenie wartości D_{max} na podziałce prawdopodobieństwa

7. Obliczyć i wykreślić górną granicę $P_{max,p}^{\beta}$ jednostronnego $\beta\%$ przedziału ufności dla rzeczywistych prawdopodobnych dobowych opadów maksymalnych rocznych $P_{max,p}$. W tym celu:

- przyjąć dla wartości $\beta = 84\%$ wartość $u_{\beta} = 0,994$,
- obliczyć $P_{max,p}^{84\%}$ dla przyjętych wartości p .

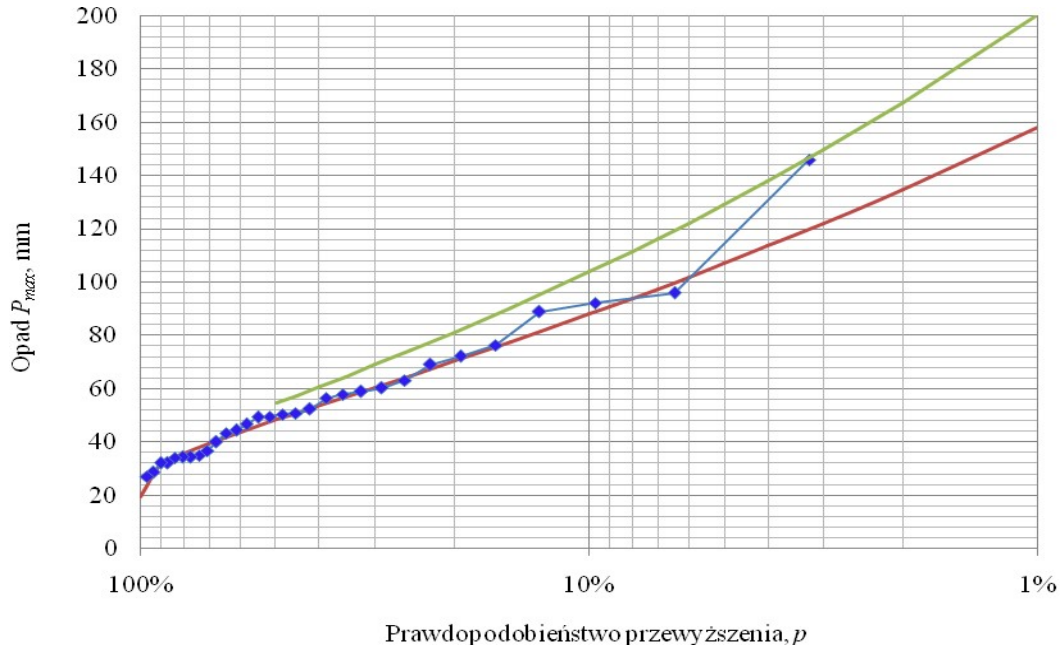
Przykładowo, dla $p = 10\%$ wartość $P_{max,10\%}^{84\%}$ wynosi

$$\begin{aligned}
 P_{max,10\%}^{84\%} &= P_{max,10\%} \exp \left[0,994 \frac{\sigma}{\sqrt{N}} \sqrt{1 + \frac{1}{2} u_p^2} \right] \\
 &= 87,85 \cdot \exp \left[0,994 \frac{0,677}{\sqrt{30}} \sqrt{1 + \frac{1}{2} 1,282^2} \right] = 103,71 \text{ mm}
 \end{aligned}
 \tag{2.19}$$

W tabeli 2.3 zestawiono wybrane wyniki obliczeń, a na rys. 2.6 pokazano krzywą prawdopodobieństwa opadów maksymalnych rocznych P_{max} wraz z $P_{max,p}^{84\%}$ – górną granicą 84% przedziału ufności dla kwantyla $P_{max,p}$.

Tabela 2.3. Wybrane wartości $P_{max,p}^{84\%}$ górnej granicy 84% przedziału ufności dla kwantyla $P_{max,p}$

$p, \%$	50	20	10	5	2	1
$P_{max,p}, \text{ mm}$	48,24	70,26	87,85	106,9	134,8	158,1
$P_{max,p}^{84\%}, \text{ mm}$	54,55	81,07	103,7	129,1	167,4	200,3



Rys. 2.6. Krzywa prawdopodobieństwa przewyższenia dobowych opadów maksymalnych rocznych P_{max} . Linia zielona oznacza $P_{max}^{84\%}$ – górną granicę 84% przedziału ufności dla kwantyla $P_{max,p}$.

3. Rozdział opadu dobowego na przedziały obliczeniowe

Przy założeniu, że w małych zlewniach opad dobowy o określonym prawdopodobieństwie przewyższenia, transformowany jest w hydrogram odpływu z kulminacją o tym samym prawdopodobieństwie, podstawowym zadaniem jest rozdział dobowej sumy opadu na przedziały obliczeniowe, zwykle godzinowe. Do określenia współczynników rozdziału dobowej sumy opadu na przedziały obliczeniowe można zastosować rozkład beta (Węglarczyk 1993):

$$x_i = \frac{\Gamma(r+s)}{\Gamma(r)\Gamma(s)} t^{r-1} (1-t)^{s-1} \quad (2.20)$$

gdzie:

x_i – wartości funkcji gęstości rozkładu,

t – czas względny ($0 < t < 1$), jeśli doba zostanie podzielona na m równych przedziałów

Δt : $m \cdot \Delta t = 24$ godziny, to: $t_i = i \cdot \Delta t / 24$, $i = 1, 2, \dots, m$;

r, s – parametry rozkładu, $r > 0, s > 0$.

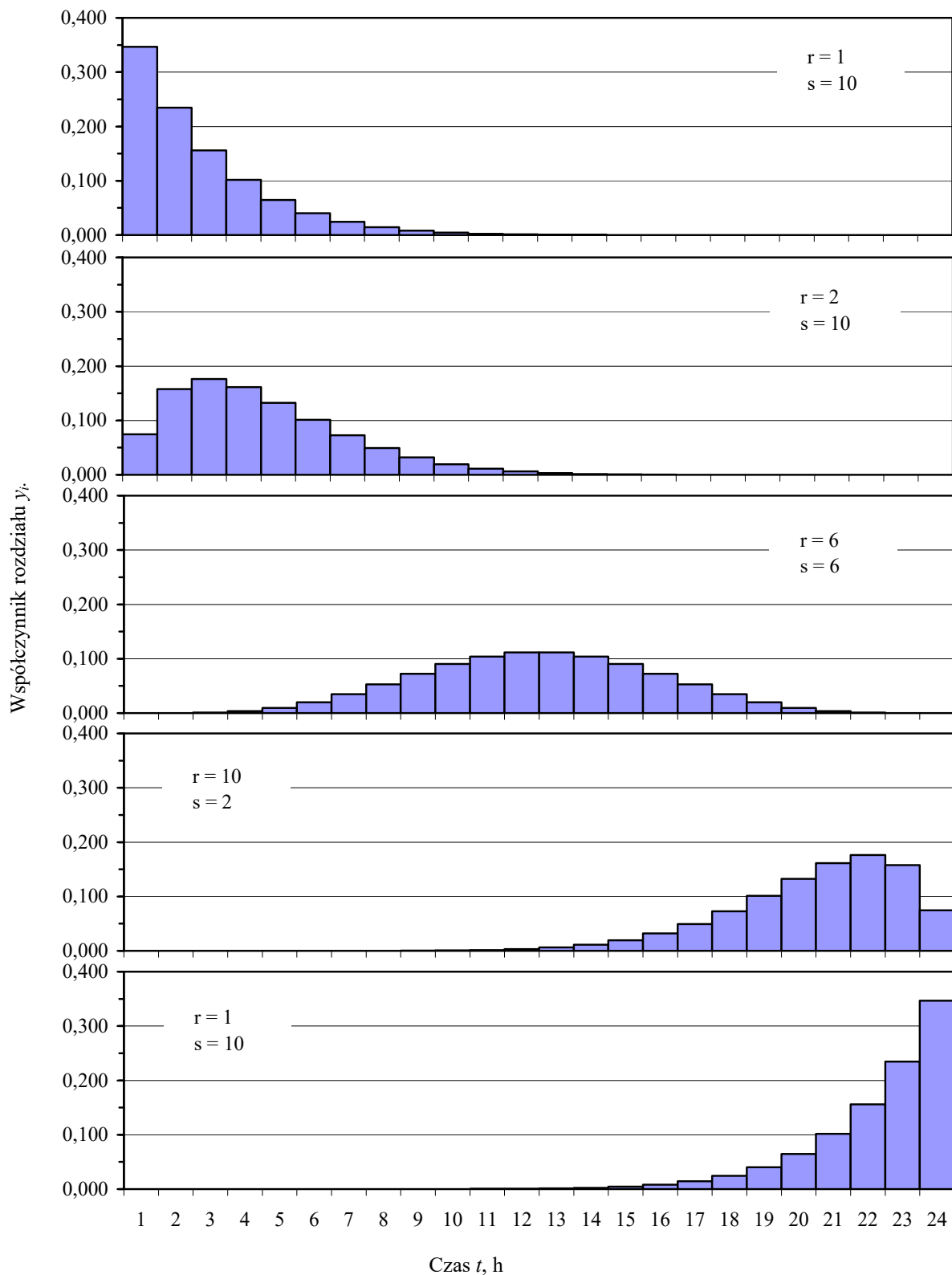
Wysokość opadu całkowitego P_i w kolejnych przedziałach obliczeniowych ($(i-1) \cdot \Delta t, i \cdot \Delta t$), $i = 1, 2, \dots, m$, uzyskuje się mnożąc sumę dobową opadu P_{24} przez współczynnik rozdziału y_i .

$$P_i = y_i \cdot P_{24}, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (2.21)$$

gdzie:

$$y_i = \frac{x_i}{\sum_{j=1}^m x_j}, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (2.22)$$

Typowe rozkłady beta pokazano na rys. 2.7.



Rys. 2.7. Typowe rozkłady opadu dobowego opisane rozkładem beta

Przy obliczaniu hydrogramów hipotetycznych, parametry rozkładu beta można określić metodami optymalizacyjnymi. Kryterium optymalizacji jest zwykle zgodność kulminacji przepływu określonego z modelu transformacji opadu w odpływ, dla opady dobowego o zadanym prawdopodobieństwie przewyższenia z przepływem maksymalnym rocznym o tym samym prawdopodobieństwie.

Literatura

- Byczkowski A. 1996. *Hydrologia*, t II. Wydawnictwo. SGGW Warszawa
- Haan C. T. 2002. *Statistical methods in hydrology*, The Iowa Stat Press, Ames IA
- Kendall M. G., Stuart A. 1968. *The Advanced Theory of Statistics*, Volume 3 – Design and analysis and time series, Second edition Griffin London
- Stedinger J. R., Vogel R. M. Foufoula-Georgiou E. 1993. *Frequency analysis of extreme events*, w: Maidment D. R. (ed.) *Handbook of Hydrology*. McGraw-Hill Inc.
- Węglarczyk S. 2010. *Statystyka w inżynierii środowiska*, Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, Kraków

III Przepływy maksymalne roczne o zadanym prawdopodobieństwie przewyższenia w przekrojach wodowskazowych

1. Obliczenie przepływów maksymalnych rocznych o zadanym prawdopodobieństwie przewyższenia – rozkład Pearsona typ III

Trójparametrowy rozkład Pearsona III typu jest zdefiniowany następującą funkcją gęstości:

$$f_{\Gamma}(x; \epsilon, \alpha, \lambda) = \frac{\alpha^{\lambda}}{\Gamma(\lambda)} (x - \epsilon)^{\lambda-1} e^{-\alpha(x-\epsilon)}, \quad x > \epsilon, \quad \alpha, \lambda > 0 \quad (3.1)$$

gdzie:

$\Gamma(\lambda)$ – funkcja gamma Eulera,

ϵ – dolne ograniczenie przepływów, m^3/s : $Q_{max} \geq \epsilon$,

α – parametr skali, $(\text{m}^3/\text{s})^{-1}$,

λ – parametr kształtu (bezwymiarowy).

Wartości funkcji prawdopodobieństwa przewyższenia i kwantyle tego rozkładu można obliczyć za pomocą arkusza kalkulacyjnego Excel korzystając z następujących wzorów;

$$P(Q_{max} \geq x) = \int_x^{\infty} f_{\Gamma}(x; \epsilon, \alpha, \lambda) = \text{ROZKŁAD.GAMMA}(x - \epsilon; \lambda; 1/\alpha; \text{prawda}) \quad (3.2)$$

$$Q_{max,p} = \epsilon + \text{ROZKŁAD.GAMMA.ODW}(1 - p; \lambda; 1/\alpha) \quad (3.3)$$

gdzie:

p – prawdopodobieństwo przewyższenia.

1.1. Estymacja parametrów rozkładu Pearsona III metodą decyli

Zgodnie z instrukcją CUGW (1968) przepływy o zadanym prawdopodobieństwie przewyższenia p oblicza się na podstawie następującego równania opartego na rozkładzie Pearsona typ III

$$Q_{max,p\%} = Q_{50\%} [1 + c_v \Phi(s, p)] \quad (3.4)$$

gdzie:

$Q_{max,p\%}$ – przepływ maksymalny roczny o prawdopodobieństwie przewyższenia p , m^3/s ,

$Q_{50\%}$ – przepływ środkowy (mediana), tj. przepływ o prawdopodobieństwie przewyższenia $p = 50\%$, odczytany z wyrównanej krzywej empirycznej, m^3/s ,

c_v – kwantylowy współczynnik zmienności zmiennej Q_{max} obliczany ze wzoru:

$$c_v = \frac{Q_{10\%} - Q_{90\%}}{2Q_{50\%}} \quad (3.5)$$

gdzie:

$Q_{10\%}$ i $Q_{90\%}$ – przepływy o prawdopodobieństwie przewyższenia $p = 10\%$ i 90% , odczytane z wyrównanej krzywej empirycznej, m^3/s ,

$\Phi(s,p)$ – funkcja zależna od kwantylowego współczynnika skośności s i prawdopodobieństwa przewyższenia p , której wartości zestawiono w tabeli A.1 (załącznik A).

gdzie:

s – kwantylowy współczynnik skośności określany z tabeli A.2 (załącznik A) na podstawie obliczonej wartości b

$$b = \frac{c_v Q_{50\%}}{Q_{50\%} - Q_{100\%}} \quad (3.6)$$

Obliczenie przepływów maksymalnych rocznych o zadanym prawdopodobieństwie przewyższenia wykonuje się w następujących etapach.

Etap 1. Obliczanie przepływów maksymalnych rocznych o zadanym prawdopodobieństwie przewyższenia

Czasową serię przepływów maksymalnych rocznych $\{Q_{max,1}, Q_{max,2}, \dots, Q_{max,N}\}$ porządkuje się malejąco: $\{Q_{max,(1)} \geq Q_{max,(2)} \geq \dots \geq Q_{max,(N)}\}$. Dla każdej wartości $Q_{max,(i)}$, $i = 1, 2, \dots, N$, uporządkowanej malejąco serii oblicza się empiryczne prawdopodobieństwo przewyższenia p_i ze wzoru:

$$p_i = \frac{i}{N+1} 100\%, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (3.7)$$

gdzie:

p_i – empiryczne prawdopodobieństwo przewyższenia przepływu $Q_{max,(i)}$, %,

i – numer kolejnego wyrazu uporządkowanej malejąco serii przepływów maksymalnych rocznych $Q_{max,(i)}$,

N – liczebność serii obserwacyjnej.

Uzyskane współrzędne $(p_i, Q_{max,(i)})$ nanosi się na liniową podziałkę prawdopodobieństwa i wyrównuje odręcznie, a dolną część krzywej empirycznej przedłuża się do prawdopodobieństwa przewyższenia $p = 100\%$. Następnie z empirycznej krzywej prawdopodobieństwa odczytuje się 4 decyle: $Q_{100\%}$, $Q_{90\%}$, $Q_{50\%}$ i $Q_{10\%}$

Mając dane decyle oblicza się kolejno:

- kwantylowy współczynnik zmienności c_v (3.5),
- wartość pomocniczą b (3.6),

- kwantylowy współczynnik skośności $s(b)$ z tabeli (tabela A.2 – załącznika),
- wartości funkcji $\Phi(s,p)$ (może zaistnieć potrzeba interpolacji) dla wartości prawdopodobieństwa przewyższenia p podanych w tabeli (tabela A.1 – załącznik 1) i obliczonej wartości s ,
- wartości przepływu $Q_{max,p}$ (3.4).

Zweryfikować hipotezę H_0 (prawdziwy rozkład zmiennej Q_{max} jest rozkładem Pearsona III typu) za pomocą testu λ Kołmogorowa.

W tym celu należy odczytać z wykresu prawdopodobieństw empirycznego i teoretycznego maksymalną różnicę D_{max} pomiędzy tymi prawdopodobieństwami:

$$D_{max} = \max_{i=1,\dots,N} \{D_i\} \quad (3.8)$$

w którym:

$$D_i = \max \left[\left| \frac{i}{N+1} - p_{teor}(Q_{max,(i)}) \right|, \left| \frac{i+1}{N+1} - p_{teor}(Q_{max,(i)}) \right| \right] \quad (3.9)$$

gdzie:

p_i – prawdopodobieństwo empiryczne osiągnięcia lub przekroczenia i -tej największej wartości, $Q_{max,(i)}$, uporządkowanej malejąco serii przepływów, %,

$p_{teor}(Q_{max,(i)})$ – prawdopodobieństwo teoretyczne osiągnięcia lub przekroczenia i -tej największej wartości przepływu $Q_{max,(i)}$, %,

N – liczebność uporządkowanej malejąco serii obserwacyjnej.

Sprawdzić, czy zachodzi warunek

$$D_{max} < \frac{136}{\sqrt{N}} \quad (3.10)$$

Etap 2. Obliczanie górnej granicy $(1-\alpha)100\%$ przedziału ufności dla przepływów maksymalnych rocznych o zadanym prawdopodobieństwie przewyższenia.

Obliczone na podstawie serii obserwacyjnej wartości przepływu maksymalnego $Q_{max,p}$ są obarczone średnim błędem

$$\sigma(Q_{max,p\%}) = F(s,p) \frac{c_v \cdot Q_{50\%}}{\sqrt{N}} \quad (3.11)$$

gdzie:

$F(s,p)$ – funkcja określona z tabeli A.3 (załącznik A) na podstawie wartości kwantylowego współczynnika skośności s i prawdopodobieństwa przewyższenia p .

Dla $p \geq 50\%$ oblicza się wartości górnej granicy $(1-\alpha)100\%$ przedziału ufności dla kwantyla $Q_{max,p}$ korzystając ze wzoru:

$$Q_{max,p\%}^{(\alpha)} = Q_{max,p\%} + t_{\alpha} \sigma(Q_{max,p\%}) \quad (3.12)$$

gdzie:

t_{α} jest kwantylem z rozkładu normalnego standaryzowanego $N(0;1)$; można go obliczyć korzystając z Excela: $t_{\alpha} = \text{ROZKŁAD.NORMALNY.S.ODW}(\alpha)$

Wyniki obliczeń $Q_{max,p\%}^{(\alpha)}$ nanosi się na wykres, na którym wcześniej przedstawiono rozkład empiryczny i teoretyczny.

Przykład 3.1. Obliczyć przepływy maksymalne roczne o określonym prawdopodobieństwie przewyższenia w przekroju wodowskazowym Łękawica na potoku Kocierzanka, bazując na ciągu statystycznym przepływów maksymalnych rocznych.

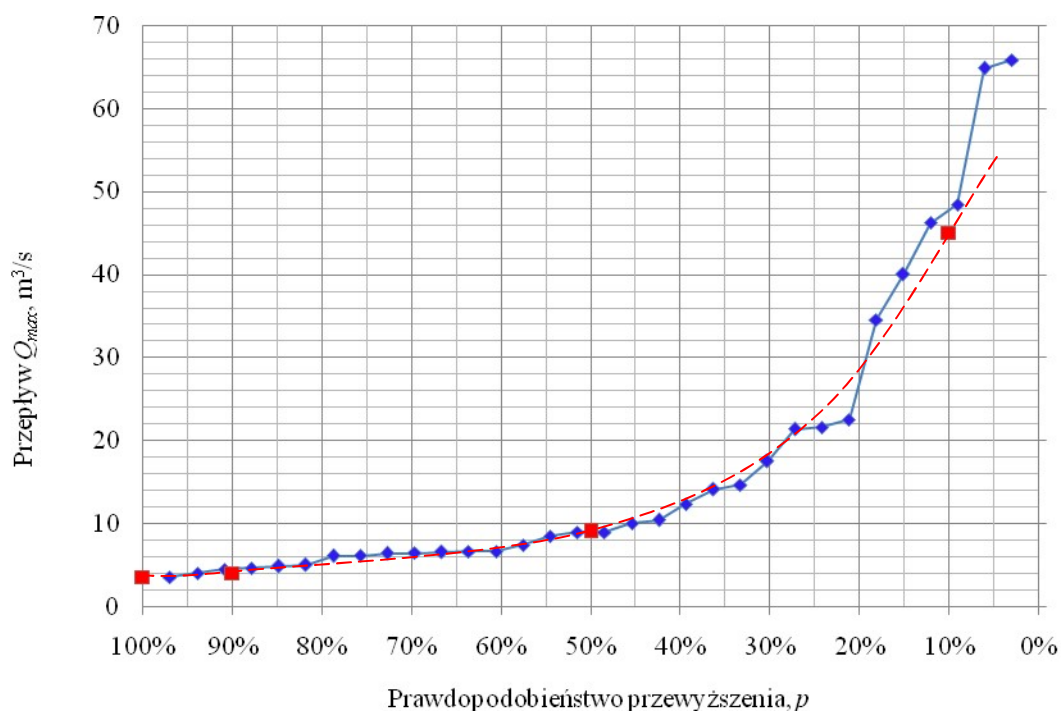
Uporządkowaną malejąco serię przepływów maksymalnych rocznych w przekroju wodowskazowym Łękawica przedstawiono w tabeli 3.1.

Tabela 3.1. Uporządkowany malejąco szereg przepływów maksymalnych rocznych i obliczone prawdopodobieństwo empiryczne

Lp.	Rok	Przepływ maksymalny $Q_{max}, m^3/s$	Prawdop. empiryczne, $p, \%$
1	1997	65,8	3,0
2	1970	64,8	6,1
3	1972	48,4	9,1
4	1996	46,2	12,1
5	1980	40,0	15,2
6	1968	34,5	18,2
7	1965	22,5	21,2
8	1995	21,6	24,2
9	1974	21,3	27,3
10	1985	17,5	30,3
11	1991	14,6	33,3
12	1971	14,1	36,4
13	1975	12,3	39,4
14	1978	10,4	42,4
15	1981	10,0	45,5
16	1976	8,92	48,5
17	1984	8,90	51,5
18	1982	8,42	54,5
19	1973	7,36	57,6
20	1994	6,62	60,6
21	1967	6,60	63,6
22	1977	6,50	66,7
23	1983	6,40	69,7
24	1987	6,34	72,7

25	1989	6,10	75,7
26	1969	6,04	78,8
27	1988	5,00	81,8
28	1986	4,82	84,8
29	1993	4,60	87,9
30	1990	4,46	90,9
31	1979	4,00	93,9
32	1992	3,52	96,9

Z empirycznej krzywej prawdopodobieństwa (rys. 3.1) odczytano decyle $Q_{10\%}$, $Q_{50\%}$, $Q_{90\%}$ i $Q_{100\%}$, które zestawiono w tabeli 3.2.



Rys. 3.1. Krzywa empirycznego prawdopodobieństwa przewyższenia przepływów maksymalnych rocznych rzeki Kocierzanka w przekroju wodowskazowym Łękawica z zaznaczonymi decylami (kwadraty), podziałka liniowa

Tabela 3.2. Empiryczne decyle przepływów maksymalnych rocznych potoku Kocierzanka odczytane z krzywej empirycznego prawdopodobieństwa przewyższenia

Decyl	Wartość decyla
$Q_{10\%}$	45,0 m ³ /s
$Q_{50\%}$	9,0 m ³ /s
$Q_{90\%}$	4,0 m ³ /s
$Q_{100\%}$	3,5 m ³ /s

Wartość kwantylowego współczynnika zmienności c_v (3.5) wynosi

$$c_v = \frac{Q_{10\%} - Q_{90\%}}{2Q_{50\%}} = \frac{45 - 4}{2 \cdot 9} = 2,278 \quad (3.13)$$

Wartość wielkości pomocniczej b (3.6) wynosi

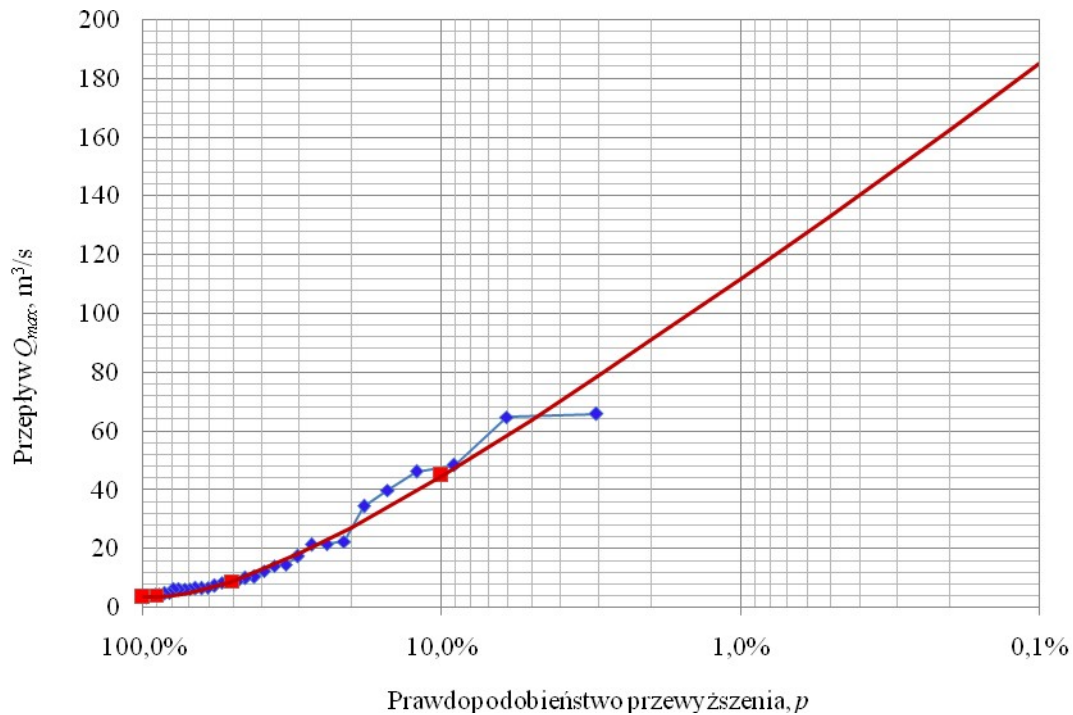
$$b = \frac{c_v Q_{50\%}}{Q_{50\%} - Q_{100\%}} = \frac{2,278 \cdot 9}{9 - 3,5} = 3,727 \quad (3.14)$$

Na podstawie obliczonej wartości b określa się z tabeli A.2 (załącznik A) wartość kwantylowego współczynnika skośności s . Wartość ta wynosi (po interpolacji) $s = 1,479$.

Obliczone ze wzoru (3.4) przepływy maksymalne roczne o określonym prawdopodobieństwie przewyższenia w przekroju wodowskazowym Łękawica na potoku Kocierzanka przedstawiono w tabeli 3.3 oraz na rys. 3.2.

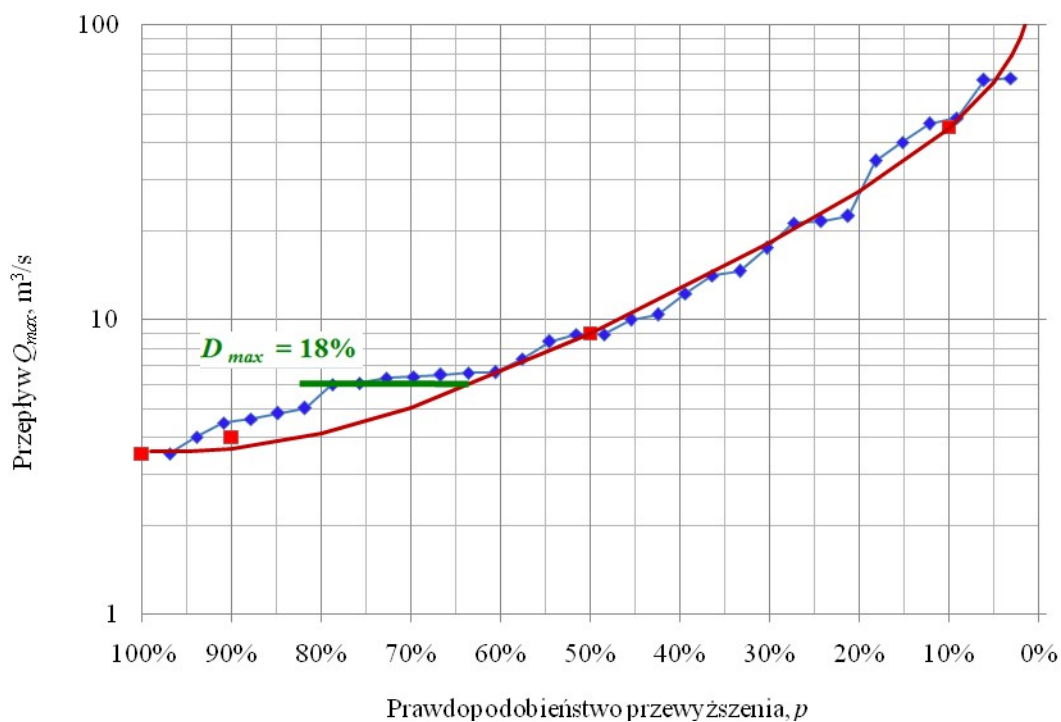
Tabela 3.3. Wartości funkcji $\Phi(s,p)$ i obliczonych przepływów maksymalnych rocznych $Q_{max,p}$, o zadanym prawdopodobieństwie przewyższenia p

Prawdop. $p, \%$	Funkcja $\Phi(s,p)$	Przepływ $Q_{max,p}, m^3/s$
0,1	8,584	185,0
0,2	7,492	162,6
0,5	6,070	133,4
1	5,015	111,8
2	3,984	90,7
3	3,395	78,6
5	2,673	63,8
10	1,740	44,7
20	0,888	27,2
30	0,449	18,2
50	0,000	9,0
70	-0,194	5,0
80	-0,239	4,1
90	-0,261	3,7
95	-0,264	3,6
99	-0,265	3,6



Rys. 3.2. Krzywa prawdopodobieństwa przewyższenia przepływów maksymalnych rocznych rzeki Kocierzanka w przekroju wodowskazowym Łękawica z zaznaczonymi decylami (kwadraty)

Testowanie hipotezy H_0 (prawdziwy rozkład zmiennej Q_{max} jest rozkładem Pearsona typ III) za pomocą testu λ Kołmogorowa (rys. 3.3).



Rys. 3.3. Odczytana z wykresu wartość maksymalna różnica D_{max} pomiędzy prawdopodobieństwem empirycznym a teoretycznym wynosi $D_{max} = 18\%$

Odczytana z rys. 3.3 wartość D_{max} spełnia warunek (3.10)

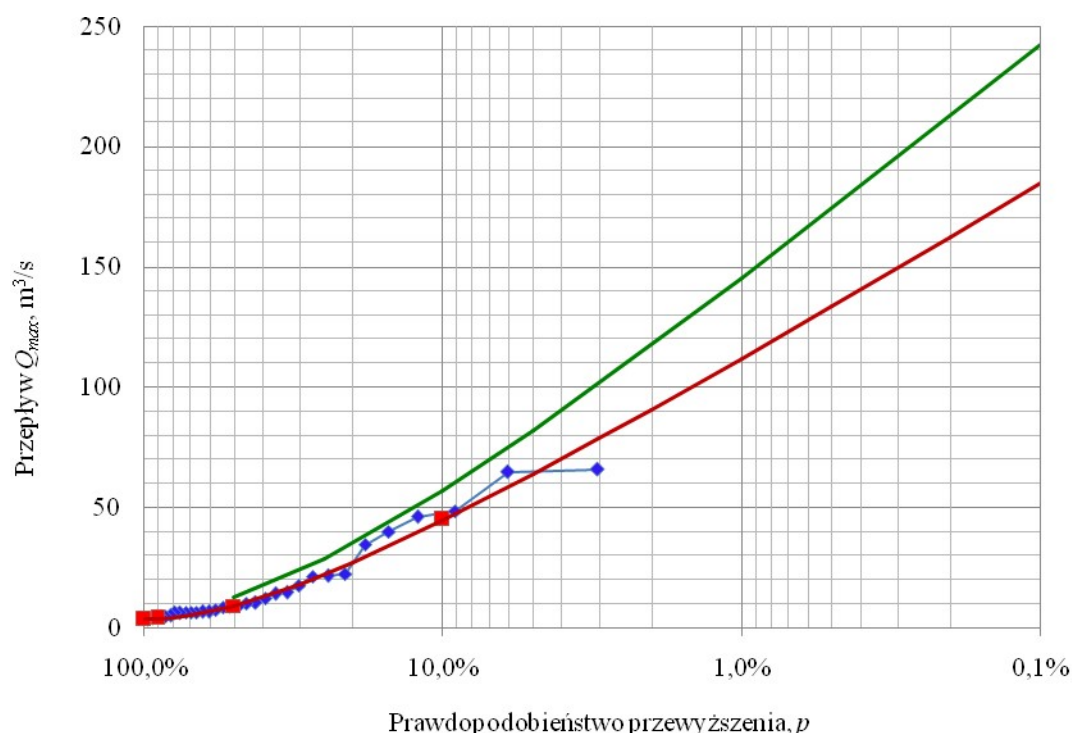
$$D_{max} = 18\% < \frac{136\%}{\sqrt{32}} = 24,0\%, \quad (3.15)$$

co oznacza, że test λ Kołmogorowa pozwala stwierdzić brak podstaw do odrzucenia analizowanego rozkładu.

Dla poziomu ufności $1-\alpha = 0.84$ i $t_\alpha = 0,994$ obliczono ze wzoru (3.12) wartości górnej granicy 84% przedziału ufności dla kwantyla $Q_{max,p}$. Wyniki przedstawiono w tabeli 3.4. oraz na rys 3.4.

Tabela 3.4. Wartości funkcji $F(s,p)$, odchylenia standardowego kwantyla $Q_{max,p\%}$ przepływów maksymalnych rocznych oraz górnej granicy $Q_{max,p\%}^{84\%}$ 84% przedziału ufności dla kwantyla $Q_{max,p}$ dla zadanych wartości prawdopodobieństwa przewyższenia p

$p, \%$	50	25	10	5	1	0,1
$F(s,p)$	0,977	1,688	3,469	5,085	9,281	15,892
$\alpha(Q_{max,p\%}), m^3/s$	3,540	6,118	12,571	18,427	33,634	57,591
$Q_{max,p\%}^{84\%}, m^3/s$	12,52	28,78	57,15	82,11	145,24	242,21



Rys. 3.4. Krzywa prawdopodobieństwa przewyższenia przepływów maksymalnych rocznych przekroju wodowskazowym Łękawica. Linia zielona oznacza górną granicę $Q_{max,p}^{84\%}$ 84% przedziału ufności dla kwantyla $Q_{max,p}$.

1.2. Estymacja parametrów rozkładu Pearsona III metodą największej wiarygodności

Wartość ϵ dolnego ograniczenia jest estymowana metodą graficzną, a parametry α i λ są estymowane metodą największej wiarygodności.

1.2.1. Rozkład empiryczny przepływów maksymalnych rocznych Q_{max} i graficzna estymacja dolnego ograniczenia ϵ zmiennej Q_{max}

Należy wykonać następujące działania:

1. Czasową serię przepływów maksymalnych rocznych $\{Q_{max,1}, Q_{max,2}, \dots, Q_{max,N}\}$ uporządkować malejąco: $\{Q_{max,(1)} \geq Q_{max,(2)} \geq \dots \geq Q_{max,(N)}\}$.
2. Dla każdej wartości $Q_{max,(i)}$, $i = 1, 2, \dots, N$, uporządkowanej malejąco serii obliczyć empiryczne prawdopodobieństwo przewyższenia p_i według wzoru:

$$p_i = \frac{i}{N+1}, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (3.16)$$

gdzie:

i – numer i -tej najwyższej wartości, $Q_{max,(i)}$, w uporządkowanej serii danych.

3. Uzyskane współrzędne $(p_i, Q_{max,(i)})$ nanieść na liniową podziałkę prawdopodobieństwa (w układzie odwrotnym, poczynając od $p = 100\%$), wyrównać odręcznie dolną część krzywej empirycznej do prawdopodobieństwa przewyższenia $p = 100\%$ i dla tego prawdopodobieństwa odczytać wartość ograniczenia dolnego ϵ w m^3/s .

4. Estymacja parametrów α i λ rozkładu Pearsona, typ III, metodą największej wiarygodności

Zadanie to obejmuje następujące działania:

- 4.1. Dla znanej (określonej z wykresu) wartości dolnego ograniczenia ϵ przepływów maksymalnych rocznych obliczyć pomocniczą wartość A_λ :

$$A_\lambda = \ln \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Q_{max,i} - \epsilon \right) - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ln(Q_{max,i} - \epsilon) \quad (3.17)$$

- 4.2. Korzystając z poniższego wzoru obliczyć wartość parametru kształtu λ :

$$\lambda = \frac{1}{4A_\lambda} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{4A_\lambda}{3}} \right) \quad (3.18)$$

- 4.3. Obliczyć wartość parametru skali α :

$$\alpha = \frac{\lambda}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Q_{max,i} - \epsilon} \quad (3.19)$$

Obliczone wartości ϵ , λ i α określają jednoznacznie rozkład (3.1) przepływów maksymalnych w roku Q_{max} .

5. Obliczenie teoretycznych wartości $Q_{max,p}$ przepływów maksymalnych rocznych dla zadanych wartości prawdopodobieństwa przewyższenia p

Mając dane wartości ϵ , λ i α , oblicza się dla dowolnych zadanych wartości prawdopodobieństwa przewyższenia p wartości przepływu prawdopodobnego $Q_{max,p}$ korzystając z funkcji ROZKŁAD.GAMMA.ODW() arkusza kalkulacyjnego MS Excel:

$$Q_{max,p} = \epsilon + \text{ROZKŁAD.GAMMA.ODW}(1-p; \lambda; 1/\alpha) \quad (3.20)$$

gdzie:

p – prawdopodobieństwo przewyższenia przez przepływ maksymalny roczny Q_{max} wartości $Q_{max,p}$, wyrażone liczbą niemianowaną ($p = P(Q_{max} \geq Q_{max,p})$)

6. Testowanie hipotezy H_0 (prawdziwy rozkład zmiennej Q_{max} jest rozkładem Pearsona typ III) za pomocą testu λ Kołmogorowa

Testowanie hipotezy H_0 na podstawie serii danych przepływów maksymalnych rocznych obejmuje następujące etapy:

6.1. Dla danych ϵ , α , λ oraz każdej wartości $Q_{max,(i)}$, $i = 1, 2, \dots, N$, uporządkowanej malejąco serii danych przepływów maksymalnych rocznych, obliczyć wartość D_i :

$$D_i = \max \left[\left| \frac{i}{N+1} - p_{teor}(Q_{max,(i)}; \epsilon, \alpha, \lambda) \right|, \left| \frac{i+1}{N+1} - p_{teor}(Q_{max,(i)}; \epsilon, \alpha, \lambda) \right| \right] \quad (3.21)$$

gdzie:

$p_{teor}(Q_{max,(i)}) = P(Q_{max} \geq Q_{max,(i)})$ – teoretyczne prawdopodobieństwo przewyższenia i -tej największej wartości $Q_{max,(i)}$ serii obserwowanych przepływów maksymalnych rocznych, obliczone z wykorzystaniem funkcji ROZKŁAD.GAMMA() arkusza kalkulacyjnego Excel:

$$P(Q_{max} \geq Q_{max,(i)}) = 1 - \text{ROZKŁAD.GAMMA}(Q_{max,(i)} - \epsilon; \lambda; 1/\alpha; \text{prawda}) \quad (3.22)$$

6.2. Obliczyć maksymalną wartość D_{max} serii różnic D_i :

$$D_{max} = \max_{i=1, \dots, N} \{D_i\} \quad (3.23)$$

6.3. Obliczyć wartość λ_{Kol} statystyki testowej testu Kołmogorowa:

$$\lambda_{Kol} = \sqrt{N} \cdot D_{max} \quad (3.24)$$

6.4. Przyjmując poziom istotności testu, $\alpha_{test} = 5\%$, porównać wartość λ_{Kol} z wartością krytyczną testu $\lambda_{kryt}(\alpha_{test} = 5\%) = 1,36$. Jeśli $\lambda_{Kol} < 1,36$, nie ma podstaw do odrzucenia badanego rozkładu. W przypadku przeciwnym należy poszukiwać innego rozkładu, np. logarymiczno-normalnego lub Weibulla.

7. Obliczenie górnej granicy $Q_{max,p}^\beta$ jednostronnego β -% przedziału ufności dla rzeczywistych prawdopodobnych przepływów maksymalnych rocznych $Q_{max,p}$

Górna granica $Q_{max,p}^\beta$ jednostronnego β -% przedziału ufności dla rzeczywistych prawdopodobnych przepływów maksymalnych rocznych $Q_{max,p}$ jest oceną niepewności obliczonego przepływu $Q_{max,p}$

$$P(Q_{max,p} < Q_{max,p}^\beta) = \beta \quad (3.25)$$

Wielkość $Q_{max,p}^\beta$ oblicza się ze wzoru:

$$Q_{max,p}^\beta = Q_{max,p} + u_\beta \cdot \sigma(Q_{max,p}) \quad (3.26)$$

gdzie:

u_β – kwantyl rzędu β (β oznacza prawdopodobieństwa nieprzewyższenia) w standaryzowanym rozkładzie normalnym; w Excelu kwantyl ten oblicza się za pomocą wzoru: $u_\beta = \text{ROZKŁAD.NORMALNY.S.ODW}(\beta)$,

$\sigma(Q_{max,p})$ – błąd oszacowania przepływu $Q_{max,p}$ obliczany ze wzoru:

$$\sigma(Q_{max,p}) = \varphi(p, \lambda) \frac{1}{\alpha \sqrt{N}} \quad (3.27)$$

Wartości funkcji $\varphi(p, \lambda)$ są podane w tabeli A.4 (załącznik A)

Przykład 3.2. Obliczyć przepływy maksymalne roczne o określonym prawdopodobieństwie przewyższenia w przekroju wodowskazowym Polana na Czarnej.

Wodowskaz Polana zamyka zlewnie o powierzchni $A = 94,17 \text{ km}^2$. Długość ciągu obserwacyjnego wynosi $N = 34$.

1. Badanie jednorodności serii czasowej przepływów maksymalnych rocznych testem Manna-Kendalla

W tabeli 3.5 zestawiono wartości przepływów maksymalnych rocznych rzeki Czarnej w przekroju wodowskazowym Polana. Szczegóły testowania wraz z wynikami znajdują się w przykładzie 1.2. Test Manna-Kendalla nie dał podstaw do kwestionowania jednorodności badanej serii.

Tabela 3.5. Seria czasowa przepływów Q_{max} w przekroju wodowskazowym Polana na Czarnej

Lp.	Rok	Przepływ $Q_{max}, m^3/s$	Lp.	Rok	Przepływ $Q_{max}, m^3/s$	Lp.	Rok	Przepływ $Q_{max}, m^3/s$
1	1972	10,2	13	1984	59,9	25	1996	54,5
2	1973	9,24	14	1985	55,1	26	1997	111
3	1974	58,8	15	1986	16,2	27	1998	35,1
4	1975	8,23	16	1987	24,6	28	1999	43,0
5	1976	16,2	17	1988	14,8	29	2000	52,0
6	1977	4,92	18	1989	73,8	30	2001	45,4
7	1978	26,8	19	1990	28,9	31	2002	8,90
8	1979	25,1	20	1991	18,6	32	2003	9,72
9	1980	97,2	21	1992	18,2	33	2004	57,4
10	1981	23,5	22	1993	25,8	34	2005	50,8
11	1982	22,3	23	1994	14,5			
12	1983	21,1	24	1995	11,2			

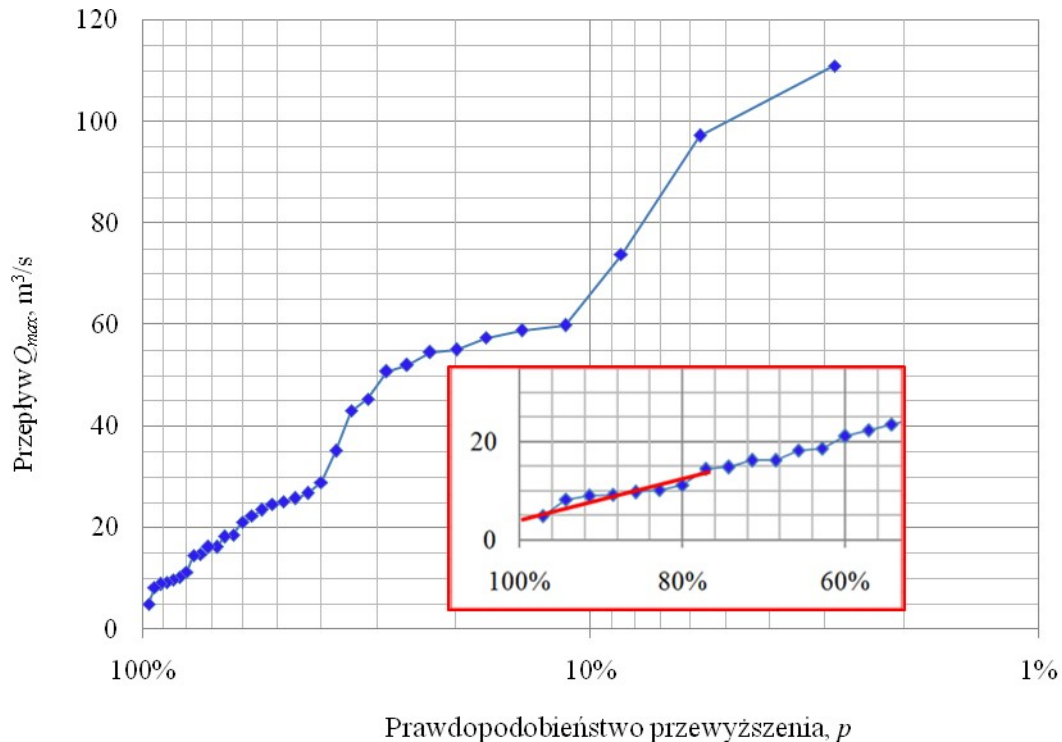
2. Estymacja parametrów rozkładu Pearsona III typu.

a) Estymacja dolnego ograniczenia ϵ metodą graficzną

Stosując wzór (3.16) sporządzić wykres empirycznego prawdopodobieństwa przewyższenia (tabela 3.6 i rys. 3.5).

Tabela 3.6. Uporządkowana malejąco seria czasowa przepływów Q_{max} wraz empirycznymi prawdopodobieństwami przewyższenia p_i

i	Przepływ $Q_{max(i)}, m^3/s$	Prawdop. $p_i, \%$	i	Przepływ $Q_{max(i)}, m^3/s$	Prawdop. $p_i, \%$	i	Przepływ $Q_{max(i)}, m^3/s$	Prawdop. $p_i, \%$
1	111	2,9	13	35,1	37,1	25	16,2	71,4
2	97,2	5,7	14	28,9	40,0	26	14,8	74,3
3	73,8	8,6	15	26,8	42,9	27	14,5	77,1
4	59,9	11,4	16	25,8	45,7	28	11,2	80,0
5	58,8	14,3	17	25,1	48,6	29	10,2	82,9
6	57,4	17,1	18	24,6	51,4	30	9,72	85,7
7	55,1	20,0	19	23,5	54,3	31	9,24	88,6
8	54,5	22,9	20	22,3	57,1	32	8,90	91,4
9	52,0	25,7	21	21,1	60,0	33	8,23	94,3
10	50,8	28,6	22	18,6	62,9	34	4,92	97,1
11	45,4	31,4	23	18,2	65,7			
12	43,0	34,3	24	16,2	68,6			



Rys. 3.5. Empiryczne prawdopodobieństwo przewyższenia (punkty) oraz graficzna estymacja dolnego ograniczenia ϵ (linia czerwona na wkładce). Przyjęto przybliżenie $\epsilon \approx 4,0 \text{ m}^3/\text{s}$.

Przedłużenie dolnej części wykresu do przecięcia z osią 100% na podziałce liniowej daje w przybliżeniu wartość $\epsilon = 4,0 \text{ m}^3/\text{s}$. Wartość ta będzie wykorzystana w dalszych obliczeniach.

b) Estymacja parametrów α i λ rozkładu Pearsona, typ III, metodą największej wiarygodności

- Obliczyć pomocniczą wartość A_λ :

$$A_\lambda = \ln\left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Q_{max,i} - \epsilon\right) - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ln(Q_{max,i} - \epsilon) = \ln(33,91 - 4) - 2,979 = 0,419 \quad (3.28)$$

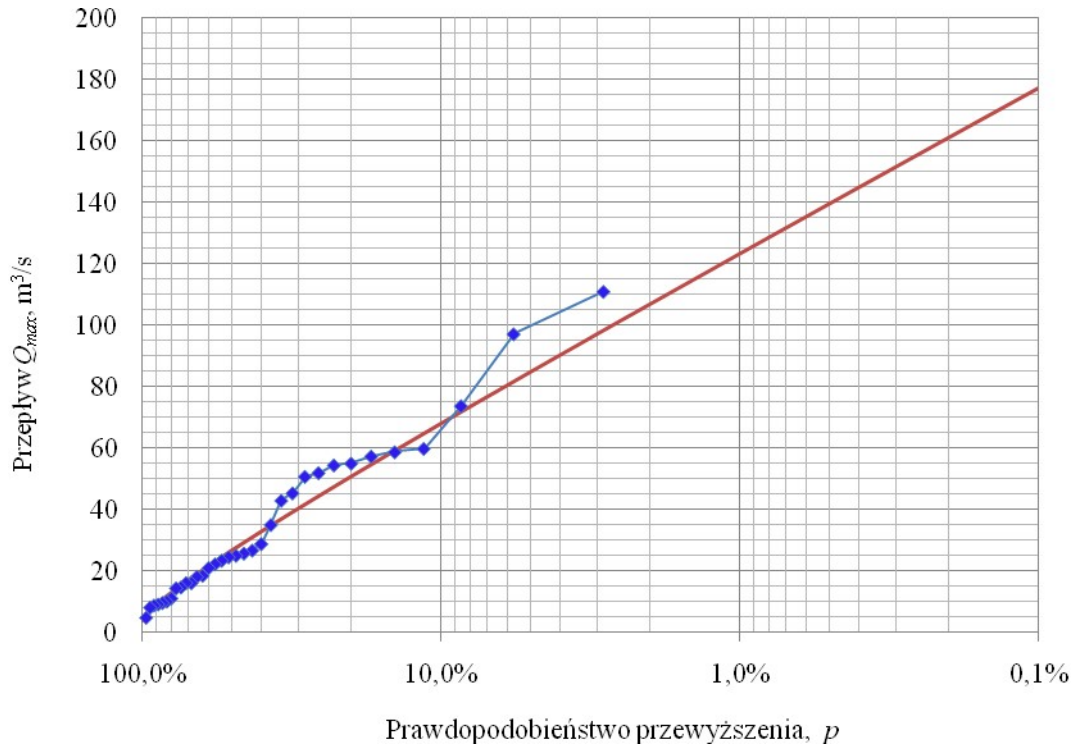
- Obliczyć wartość parametru λ :

$$\lambda \approx \frac{1}{4A_\lambda} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{4A_\lambda}{3}}\right) = \frac{1}{4 \times 0,419} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{4 \times 0,419}{3}}\right) \approx 1,341 \quad (3.29)$$

- Obliczyć wartość parametru α :

$$\alpha = \frac{\lambda}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Q_{max,i} - \epsilon} = \frac{1,341}{33,91 - 4} = 0,0448 \text{ (m}^3/\text{s)}^{-1} \quad (3.30)$$

- Obliczyć wartości $Q_{max,p}$ dla żądanych wartości prawdopodobieństwa przewyższenia p pokrywających zakres od 100% do żądanego najmniejszego prawdopodobieństwa przewyższenia, np. 1%. Wartości te można obliczyć wykorzystując funkcję $Q_{max,p} = \text{ROZKŁAD.GAMM.ODW}(1-p; \lambda; 1/\alpha)$ arkusza kalkulacyjnego Excel.
- Uzyskane wartości teoretycznego rozkładu prawdopodobieństwa przewyższenia Q_{max} nanieść na podziałkę prawdopodobieństwa i wykreślić rozkład, co pokazano rys. 3.6.



Rys. 3.6. Teoretyczny rozkład prawdopodobieństwa $p_{teor}(Q_{max}; \epsilon = 4 \text{ m}^3/\text{s}; \alpha = 0,0448, \lambda = 1,341)$ (linia ciągła) przewyższenia przepływów Q_{max}

- Testowanie hipotezy H_0 (prawdziwy rozkład zmiennej Q_{max} jest rozkładem Pearsona typ III) za pomocą testu λ Kołmogorowa.
 - Dla wszystkich wartości uporządkowanej malejąco serii danych $Q_{max,(i)}$, $i = 1, 2, \dots, N = 34$, obliczyć wartość D_i (wyniki zestawiono w tabeli 3.7):

$$D_i = \max \left[\left| \frac{i}{N+1} - p_{teor}(Q_{max,(i)}) \right|, \left| \frac{i+1}{N+1} - p_{teor}(Q_{max,(i)}) \right| \right] \quad (3.31)$$

- Obliczyć maksymalną wartość D_{max}

$$D_{max} = \max_{i=1, \dots, N} \{D_i\} = 0,113 \quad (3.32)$$

c) Obliczyć wartość λ_{Kol} statystyki testowej testu λ Kołmogorowa:

$$\lambda_{Kol} = \sqrt{N} \cdot D_{max} = \sqrt{34} \cdot 0,113 = 0,660 \quad (3.33)$$

d) Ponieważ wartość statystyki testowej (3.33) $\lambda_{Kol} = 0,660$ jest mniejsza od 5% wartości krytycznej $\lambda_{kr} = 1,36$, nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej, że rozkładem prawdopodobieństwa przepływów maksymalnych rzeki Czarnej w przekroju Polana jest rozkład Pearsona typ III z parametrami $\epsilon = 4,5 \text{ m}^3/\text{s}$, $\alpha = 0,0420$, $\lambda = 1,235$. Wyniki obliczeń zestawiono w tabeli 3.7 oraz pokazano na rys. 3.7.

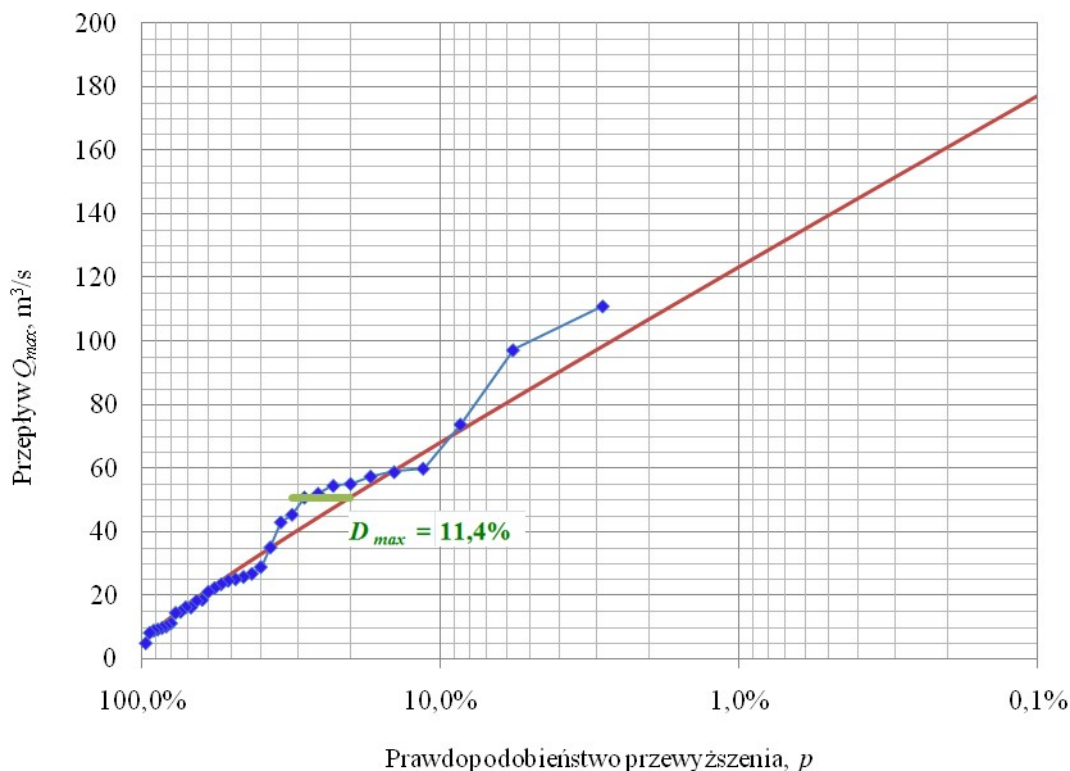
Tabela 3.6. Uporządkowana malejąco seria przepływów maksymalnych rocznych rzeki Czarnej w przekroju wodowskazowym Polana, $Q_{max(i)}$, teoretyczne prawdopodobieństwa przewyższenia, $p_{teor}(Q_{max(i)})$, oraz wartości pomocnicze do obliczania D_i (3.31), D_{max} (3.32) oraz λ_{Kol} (3.33)

i	$Q_{max(i)}$, m^3/s	Prawdopod. $p_{teor}(Q_{max(i)})$	$i/(N+1)$	$(i+1)/(N+1)$	$ i/(N+1) - p_{teor}(Q_{max}) $	$ (i+1)/(N+1) - p_{teor}(Q_{max}) $	D_i
1	111	0,017	0,029	0,057	0,012	0,040	0,040
2	97,2	0,030	0,057	0,086	0,027	0,056	0,056
3	73,8	0,079	0,086	0,114	0,007	0,035	0,035
4	59,9	0,139	0,114	0,143	0,025	0,004	0,025
5	58,8	0,146	0,143	0,171	0,003	0,026	0,026
6	57,4	0,154	0,171	0,200	0,017	0,046	0,046
7	55,1	0,169	0,200	0,229	0,031	0,060	0,060
8	54,5	0,173	0,229	0,257	0,056	0,084	0,084
9	52	0,191	0,257	0,286	0,066	0,095	0,095
10	50,8	0,200	0,286	0,314	0,085	0,114	0,114
11	45,4	0,248	0,314	0,343	0,067	0,095	0,095
12	43	0,272	0,343	0,371	0,071	0,099	0,099
13	35,1	0,369	0,371	0,400	0,003	0,031	0,031
14	28,9	0,465	0,400	0,429	0,065	0,036	0,065
15	26,8	0,502	0,429	0,457	0,073	0,045	0,073
16	25,8	0,520	0,457	0,486	0,063	0,034	0,063
17	25,1	0,533	0,486	0,514	0,048	0,019	0,048
18	24,6	0,543	0,514	0,543	0,029	0,000	0,029
19	23,5	0,565	0,543	0,571	0,022	0,007	0,022
20	22,3	0,589	0,571	0,600	0,018	0,011	0,018
21	21,1	0,614	0,600	0,629	0,014	0,014	0,014
22	18,6	0,669	0,629	0,657	0,041	0,012	0,041
23	18,2	0,678	0,657	0,686	0,021	0,007	0,021
24	16,2	0,725	0,686	0,714	0,039	0,011	0,039
25	16,2	0,725	0,714	0,743	0,011	0,018	0,018
26	14,8	0,758	0,743	0,771	0,016	0,013	0,016
27	14,5	0,766	0,771	0,800	0,006	0,034	0,034
28	11,2	0,847	0,800	0,829	0,047	0,018	0,047
29	10,2	0,872	0,829	0,857	0,043	0,014	0,043
30	9,72	0,883	0,857	0,886	0,026	0,002	0,026
31	9,24	0,895	0,886	0,914	0,009	0,019	0,019

32	8,9	0,903	0,914	0,943	0,011	0,040	0,040
33	8,23	0,919	0,943	0,971	0,024	0,052	0,052
34	4,92	0,989	0,971	1,000	0,017	0,011	0,017

$$D_{max} = 0,114$$

$$\lambda_{Kol} = N^{0.5} D_{max} = 0,665$$



Rys. 3.7. Położenie wartości D_{max} na logarytmicznej podziałce prawdopodobieństwa

4. Obliczenie i wykreślenie górnej granicy $Q_{max,p}^{\beta}$ jednostronnego $\beta\%$ przedziału ufności dla rzeczywistych prawdopodobnych przepływów maksymalnych rocznych $Q_{max,p}$

a) Przyjąć $\beta = 84\%$; wartość $u_{\beta} = \text{ROZKŁAD.NORMALNY.S.ODW}(0,84) = 0,994$.

b) Obliczyć $\sigma(Q_{max,p})$ ze wzoru (3.27):

- Korzystając z tabeli A.4 (załącznik A), odczytać wartości funkcji $\varphi(p,\lambda)$. Ponieważ znaleziona wartość wynosi $\lambda = 1,341$, konieczna jest interpolacja wartości funkcji $\varphi(p,\lambda=1,341)$. Wyniki interpolacji pokazano w tabeli 3.8.

Tabela 3.8. Interpolacja wartości $\varphi(p, \lambda=1,341)$ na podstawie danych z tabeli A.4 (załącznik A) dla zadanych wartości prawdopodobieństwa przewyższenia p .

λ	Prawdopodobieństwo przewyższenia, p , %											
	50	40	30	25	20	10	5	3	2	1	0,5	0,1
1,30	0,942	1,125	1,391	1,573	1,812	2,614	3,481	4,147	4,686	5,628	6,585	8,854
1,40	0,991	1,177	1,445	1,629	1,869	2,675	3,545	4,211	4,751	5,691	6,647	8,910
1,34	0,961	1,145	1,413	1,595	1,835	2,639	3,506	4,173	4,712	5,653	6,610	8,877

- Dla znanych wartości $\varphi(p, \lambda=1,341)$ z tabeli 3.8 oraz podanych tam wartości prawdopodobieństwa przewyższenia p obliczyć $\sigma(Q_{max,p})$

Przykładowo, dla $p = 5\%$:

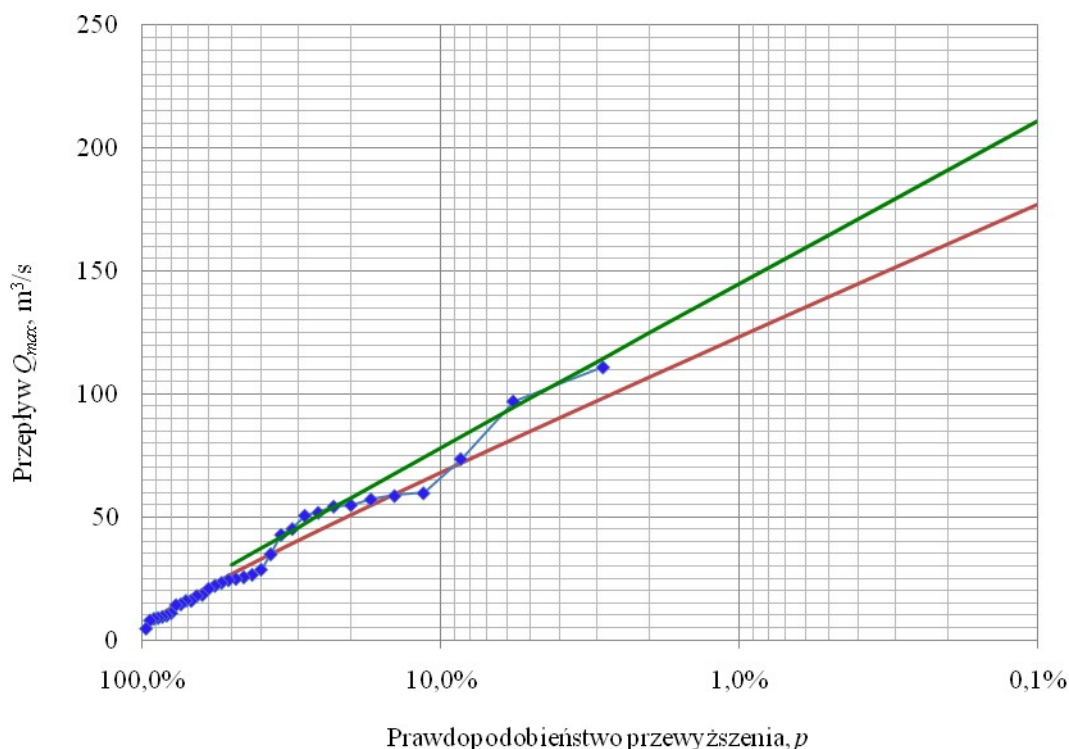
$$\sigma(Q_{max,5\%}) = \frac{\varphi(p, \lambda)}{\alpha\sqrt{N}} = \frac{\varphi(5\%, \lambda = 1,95)}{0,05754\sqrt{34}} = \frac{3,864}{0,0575\sqrt{34}} = 11,517 \text{ m}^3/\text{s} \quad (3.34)$$

c) Znając $\sigma(Q_{max,p})$ dla zadanych wartości prawdopodobieństwa przewyższenia p , obliczyć wartości $Q_{max,p}$ (np. wzorem (3.3)) oraz wartości $Q_{max,p}^{84\%} = Q_{max,p} + 0,994 \cdot \sigma(Q_{max,p})$

Obliczone przepływy maksymalne roczne o określonym prawdopodobieństwie przewyższenia zestawiono w tabeli 3.9. Krzywą $Q_{max,p}^{84\%}$ pokazano na rys. 3.8.

Tabela 3.9. Obliczone wartości błędu kwantyla $\sigma(Q_{max,p})$ i górna granica $Q_{max,p}^{84\%}$ 84-procentowego przedziału ufności dla kwantyla $Q_{max,p}$ dla zadanych wartości prawdopodobieństwa przewyższenia p .

p , %	50	40	30	25	20	10	5	3	2	1	0,5	0,1
$\sigma(Q_{max,p})$, m ³ /s	3,68	4,38	5,41	6,10	7,02	10,10	13,42	15,97	18,03	21,63	25,29	33,96
$Q_{max,p}$, m ³ /s	26,89	32,93	40,48	45,17	50,84	68,07	84,93	97,20	106,9	123,2	139,6	177,1
$Q_{max,p}^{84\%}$, m ³ /s	30,55	37,28	45,85	51,24	57,82	78,10	98,26	113,1	124,8	144,8	164,7	210,9



Rys. 3.8. Krzywa prawdopodobieństwa przewyższenia przepływów maksymalnych rocznych rzeki Czarnej w przekroju wodowskazowym Polana. Linia zielona oznacza górną granicę $Q_{max,p}^{84\%}$ 84% przedziału ufności dla kwantyla $Q_{max,p}$.

3. Obliczenie przepływów maksymalnych rocznych o zadanym prawdopodobieństwie przewyższenia – rozkład logarytmiczno-normalny

W przypadku uzasadnionej konieczności przyjęcia innego rozkładu przepływów maksymalnych rocznych $Q_{max,p}$ niż rozkład Pearsona typ III, można zastosować rozkład logarytmiczno-normalny.

1. Maksymalny przepływ roczny $Q_{max,p}$ o zadanym prawdopodobieństwie przewyższenia p w trójparametrowym rozkładzie logarytmiczno-normalnym oblicza się za pomocą wzoru:

$$Q_{max,p} = \epsilon + \exp(\mu + \sigma \cdot u_p) \quad (3.35)$$

gdzie:

ϵ – dolne ograniczenie przepływów w m^3/s , $Q_{max} \geq \epsilon$; wartość obliczana według wzoru (Stedinger i in., 1993):

$$\epsilon = \frac{Q_{max(1)} Q_{max(N)} - \left(\text{mediana}(Q_{max,i}) \right)_{i=1,2,\dots,N}^2}{Q_{max(1)} + Q_{max(N)} - 2 \text{mediana}(Q_{max,i})_{i=1,2,\dots,N}} \quad (3.36)$$

gdzie:

$Q_{max(1)}, Q_{max(N)}$ – największa i najmniejsza wartość szeregu czasowego przepływów

$$Q_{max,i}, i = 1, 2, \dots, N$$

μ – parametr rozkładu obliczany metodą największej wiarygodności za pomocą następującego wzoru:

$$\mu = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ln(Q_{max,i} - \epsilon) \quad (3.37)$$

σ – parametr rozkładu obliczany metodą największej wiarygodności ze wzoru:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N [\ln(Q_{max,i} - \epsilon) - \mu]^2} \quad (3.38)$$

u_p – kwantyl rzędu p , gdzie p oznacza prawdopodobieństwo przewyższenia, w rozkładzie standaryzowanym normalnym. Wartość tę można obliczyć korzystając z funkcji arkusza kalkulacyjnego MS Excel: $u_p = \text{ROZKŁAD.NORMALNY.S.ODW}(1-p)$.

Wartości funkcji prawdopodobieństwa przewyższenia i kwantyle rozkładu logarytmiczno-normalnego można obliczyć np. za pomocą arkusza kalkulacyjnego Excel korzystając z następujących wzorów:

$$P(Q_{max} \geq x) = \text{ROZKŁAD.LOG}(x - \epsilon; \mu; \sigma; \text{prawda}) \quad (3.39)$$

$$Q_{max,p} = \epsilon + \exp(\mu + \sigma \cdot \text{ROZKŁAD.NORMALNY.S.ODW}(1-p)) \quad (3.40)$$

gdzie:

p – prawdopodobieństwo przewyższenia.

2. Wielkość górnej granicy $Q_{max,p}^\beta$ jednostronnego $\beta\%$ przedziału ufności dla rzeczywistych prawdopodobnych przepływów maksymalnych rocznych $Q_{max,p}$ w rozkładzie log-normalnym z dwoma parametrami oblicza się metodą największej wiarygodności ze wzoru (Stedinger i in., 1993):

$$Q_{max,p}^\beta = Q_{max,p} \exp \left[u_\beta \frac{\sigma}{\sqrt{N}} \sqrt{1 + \frac{1}{2} u_p^2} \right] \quad (3.41)$$

gdzie:

$Q_{max,p}$ – kwantyl rzędu p obliczany wzorem (3.35),

u_β – kwantyl rzędu β w standaryzowanym rozkładzie normalnym, gdzie β oznacza prawdopodobieństwo nieprzewyższenia; można do obliczyć np. za pomocą Excela: $u_\beta = \text{ROZKŁAD.NORMALNY.S.ODW}(\beta)$

u_p – kwantyl rzędu p w standaryzowanym rozkładzie normalnym. Wartość tę można obliczyć np. korzystając z Excela: $u_p = \text{ROZKŁAD.NORMALNY.S.ODW}(1-p)$.

σ – odchylenie standardowe zmiennej $\ln(Q_{max} - \epsilon)$ obliczane wzorem (3.38).

3. Teoretyczne prawdopodobieństwo $P(Q_{max} \geq x)$ przewyższenia wartości x przez przepływ Q_{max} w trójparametrowym rozkładzie logarytmiczno-normalnym oblicza się za pomocą wzoru:

$$P(Q_{max} \geq x) = 1 - \Phi\left(\frac{\ln(x - \epsilon) - \mu}{\sigma}\right) \quad (3.42)$$

gdzie:

$\Phi(u)$ jest dystrybuantą (prawdopodobieństwem nieprzewyższenia wartości u) standaryzowanego rozkładu normalnego. Do jej obliczenia można wykorzystać arkusz kalkulacyjny Excel: $\Phi(u) = \text{ROZKŁAD.NORMALNY.S}(u)$.

Przykład 3.3. Obliczyć przepływy maksymalne roczne o określonym prawdopodobieństwie przewyższenia w przekroju wodowskazowym Rypin na rzece Rypienicy.

Wodowskaz Rypin zamyka zlewnie o powierzchni $A = 97,98 \text{ km}^2$. Długość ciągu obserwacyjnego (tabela 3.10) wynosi $N = 31$.

1. Sprawdzić testem Manna-Kendalla jednorodność serii czasowej przepływów maksymalnych rocznych Q_{max} rzeki Rypienicy w przekroju wodowskazowym Rypin.

Obliczona jak w przykładach 1.1 i 1.2 wartość S statystyki Manna-Kendalla wynosi $S = 31$.

Odchylenie standardowe zmiennej S wynosi dla $N = 31$:

$$\sigma_S = \sqrt{\frac{1}{18} N(N-1)(2N+5)} = 58,84 \quad (3.43)$$

Wartość u statystyki U wynosi

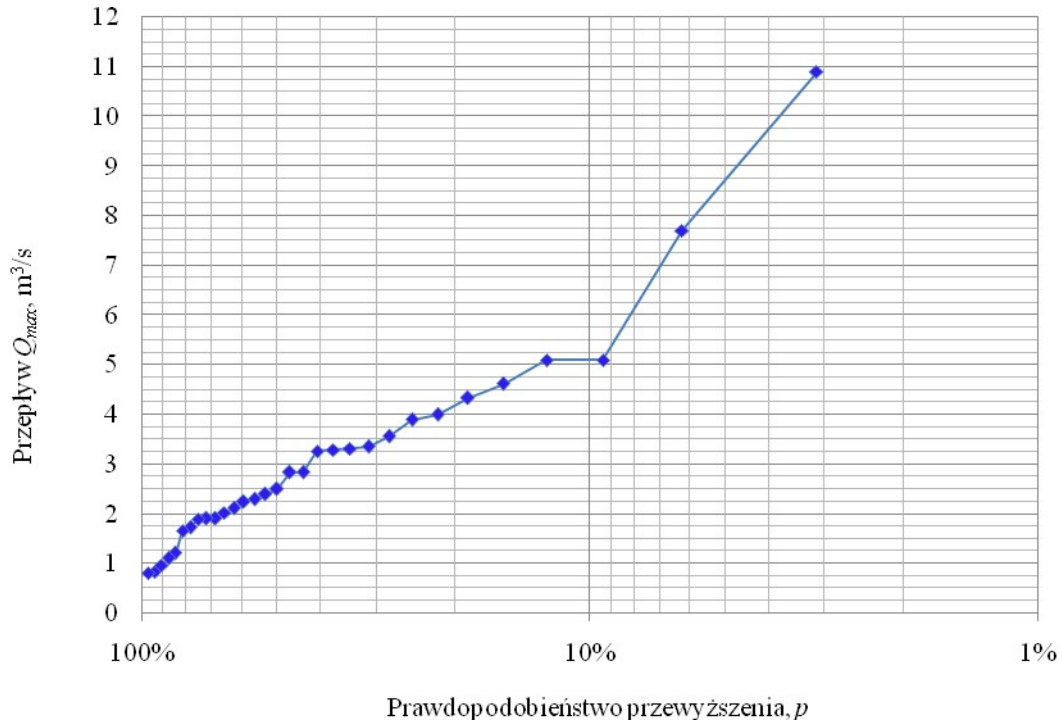
$$u = \frac{S - \text{sgn}(S)}{\sigma_S} = \frac{31-1}{58,84} = 0,510 \quad (3.44)$$

Wartość $u_{kryt}(\alpha)$ statystyki U wynosi dla poziomu istotności $\alpha = 5\%$ $u_{kryt}(5\%) = 1,96$, więc $|u| = 0,510$ jest mniejsze od $u_{kryt}(5\%)$, co oznacza, że nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy o braku trendu monotonicznego przepływów maksymalnych rocznych rzeki Rypienicy w przekroju wodowskazowym Rypin. Tym samym badana seria przepływów została zakwalifikowana do dalszych obliczeń.

2. Uporządkować malejąco serię chronologiczną danych i obliczyć empiryczne prawdopodobieństwa przewyższenia (tabela 3.10).

Tabela 3.10. Seria chronologiczna Q_{max} przepływów maksymalnych rocznych w przekroju wodowskazowym Rypin na Rypienicy oraz seria uporządkowana $Q_{max(i)}$ wraz z empirycznymi prawdopodobieństwami przewyższenia $i/(N+1)$

Rok	Przepływ Q_{max} , m ³ /s	i	Przepływ $Q_{max(i)}$, m ³ /s	Prawdopodob. przewyższenia $i/(N+1)$
1975	3,26	1	10,9	0,031
1976	2,40	2	7,70	0,063
1977	3,32	3	5,10	0,094
1978	1,91	4	5,10	0,125
1979	4,62	5	4,62	0,156
1980	10,9	6	4,33	0,188
1981	3,29	7	4,00	0,219
1982	5,10	8	3,9	0,250
1983	1,66	9	3,56	0,281
1984	1,21	10	3,35	0,313
1985	2,11	11	3,32	0,344
1986	1,91	12	3,29	0,375
1987	2,24	13	3,26	0,406
1988	2,02	14	2,84	0,438
1989	2,84	15	2,84	0,469
1990	0,83	16	2,50	0,500
1991	0,97	17	2,40	0,531
1992	0,81	18	2,30	0,563
1993	1,11	19	2,24	0,594
1994	3,35	20	2,11	0,625
1995	2,30	21	2,02	0,656
1996	5,10	22	1,91	0,688
1997	1,89	23	1,91	0,719
1998	2,50	24	1,89	0,750
1999	3,56	25	1,73	0,781
2000	2,84	26	1,66	0,813
2001	1,73	27	1,21	0,844
2002	7,70	28	1,11	0,875
2003	4,33	29	0,97	0,906
2004	4,00	30	0,83	0,938
2005	3,90	31	0,81	0,969



Rys. 3.9. Empiryczne prawdopodobieństwa przewyższenia przepływów maksymalnych rocznych rzeki Rypienicy w przekroju wodowskazowym Rypin

2. Oszacować dolne ograniczenie ϵ . Zgodnie ze wzorem (3.36) wartość ta wynosi:

$$\epsilon = \frac{Q_{max(1)}Q_{max(N)} - \left(\underset{i=1,2,\dots,N}{\text{mediana}}(Q_{max,i})\right)^2}{Q_{max(1)} + Q_{max(N)} - 2\underset{i=1,2,\dots,N}{\text{mediana}}(Q_{max,i})} = \frac{10,9 \cdot 0,81 - 2,5^2}{10,9 + 0,81 - 2 \cdot 2,5} = 0,384 \text{ m}^3 / s \quad (3.45)$$

3. Oszacować parametry μ i σ rozkładu logarytmiczno-normalnego, metodą największej wiarygodności. W tym celu:

a) Obliczyć wartość parametru μ :

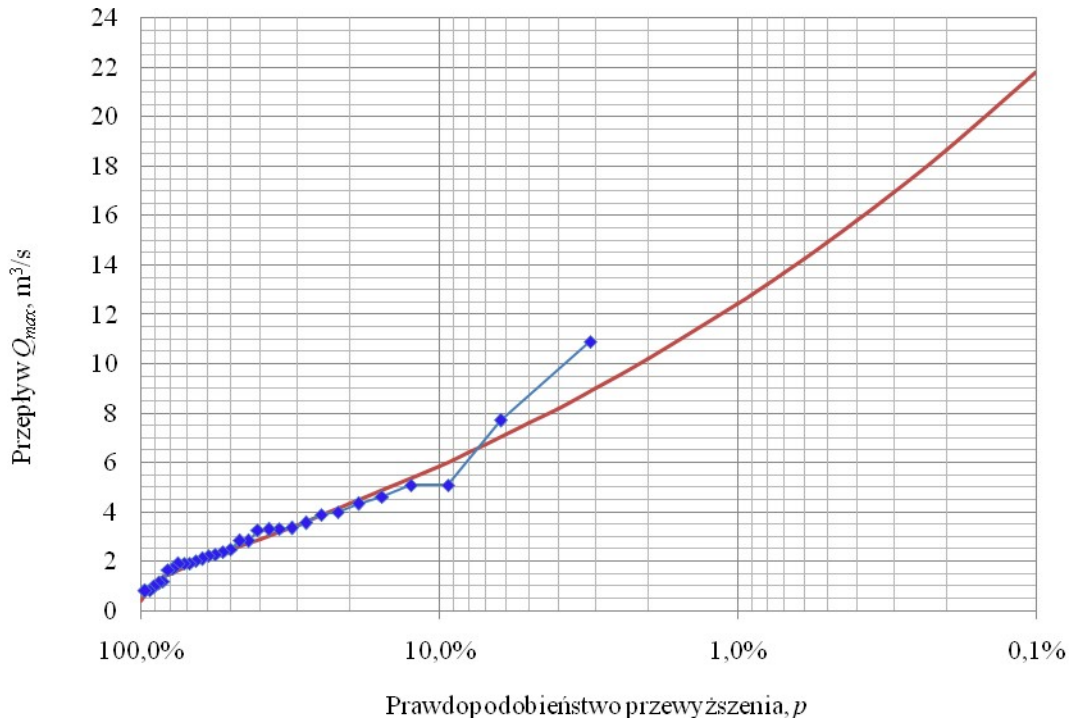
$$\mu = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ln(Q_{max,i} - \epsilon) = 0,738 \quad (3.46)$$

b) Obliczyć wartość parametru σ

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N [\ln(Q_{max,i} - \epsilon) - \mu]^2} = 0,754 \quad (3.47)$$

4. Obliczyć wartości $Q_{max,p}$ dla wybranych wartości p prawdopodobieństwa przewyższenia. Obliczeń tych można dokonać wykorzystując wzór (3.40).

5. Uzyskane wartości $Q_{max,p}$ teoretycznego rozkładu prawdopodobieństwa przewyższenia przepływów Q_{max} nanieść na logarytmiczną podziałkę prawdopodobieństwa (rys. 3.10).



Rys. 3.10. Teoretyczny rozkład prawdopodobieństwa $p_{teor}(Q_{max}; \epsilon = 0,384; \mu = 0,738; \sigma = 0,754)$ (linia ciągła) przewyższenia przepływów Q_{max}

6. Zweryfikować hipotezę H_0 (prawdziwy rozkład zmiennej Q_{max} jest rozkładem lognormalnym) za pomocą testu λ Kołmogorowa. W tym celu:

- a) Dla wszystkich wartości uporządkowanej malejąco serii danych $Q_{max,(i)}$, $i = 1, 2, \dots, N = 31$, obliczyć wartość D_i (wyniki zestawiono w tabeli 3.11):

$$D_i = \max \left[\left| \frac{i}{N+1} - p_{teor}(Q_{max,(i)}) \right|, \left| \frac{i+1}{N+1} - p_{teor}(Q_{max,(i)}) \right| \right] \quad (3.48)$$

- b) Obliczyć maksymalną wartość D_{max}

$$D_{max} = \max_{i=1, \dots, N} \{D_i\} = 0,112 \quad (3.49)$$

- c) Obliczyć wartość λ_{Kol} statystyki testowej testu λ Kołmogorowa:

$$\lambda_{Kol} = \sqrt{N} \cdot D_{max} = \sqrt{31} \cdot 0,112 = 0,626 \quad (3.50)$$

Ponieważ wartość statystyki testowej $\lambda_{Kol} = 0,626$ jest mniejsza od 5% wartości krytycznej $\lambda_{kr} = 1,36$, nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej, że rozkładem prawdopodobieństwa przepływów maksymalnych Rypienicy w przekroju Rypin jest rozkład logarytmiczno-normalny z parametrami $\epsilon = 0,384; \mu = 0,738; \sigma = 0,754$.

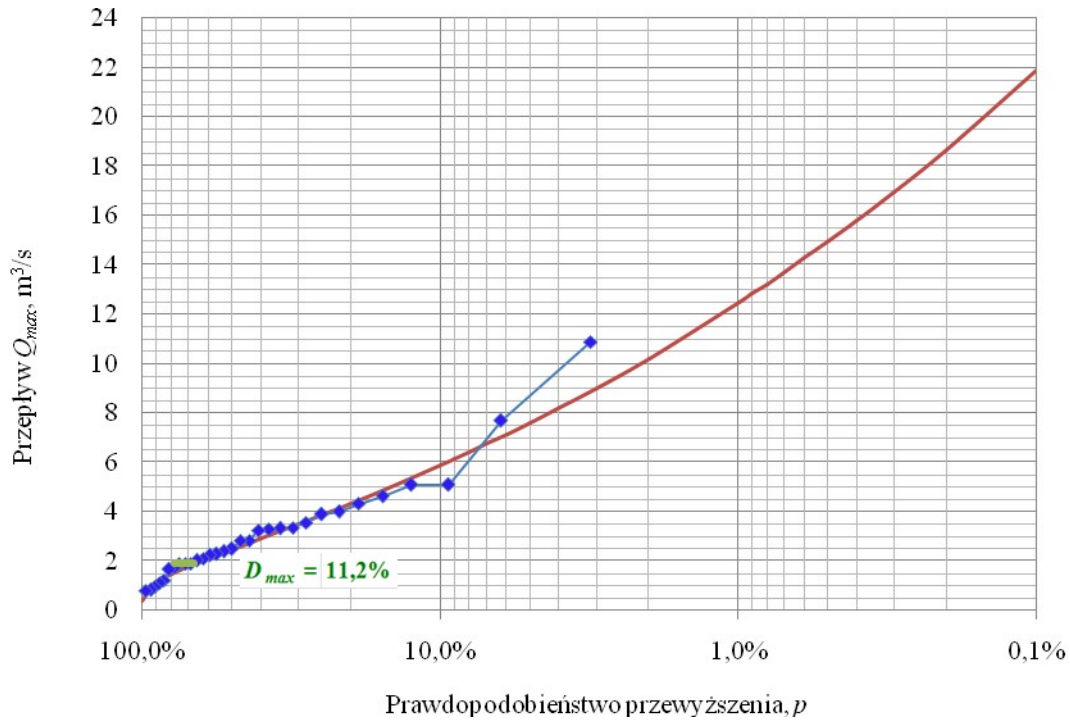
Obliczone przepływy maksymalne roczne o określonym prawdopodobieństwie przewyższenia zestawiono w tabeli 3.11. Krzywą prawdopodobieństwa przewyższenia pokazano na rys. 3.11.

Tabela 3.11. Uporządkowana malejąco seria przepływów maksymalnych rocznych rzeki Rypienicy w przekroju wodowskazowym Rypin, $Q_{max(i)}$, teoretyczne prawdopodobieństwa przewyższenia, $p_{teor}(Q_{max(i)})$, oraz wartości pomocnicze do obliczania D_i (3.48), D_{max} (3.49) oraz λ_{Kol} (3.50).

i	Przepływ $Q_{max(i)}$, m ³ /s	$p_{teor}(Q_{max(i)})$	$i/(N+1)$	$(i+1)/(N+1)$	$ i/(N+1) - p_{teor}(Q_{max}) $	$ (i+1)/(N+1) - p_{teor}(Q_{max}) $	D_i
1	10,9	1,6	0,031	0,063	0,015	0,046	0,046
2	7,70	4,8	0,063	0,094	0,014	0,045	0,045
3	5,10	14,0	0,094	0,125	0,047	0,015	0,047
4	5,10	14,0	0,125	0,156	0,015	0,016	0,016
5	4,62	17,5	0,156	0,188	0,018	0,013	0,018
6	4,33	20,0	0,188	0,219	0,012	0,019	0,019
7	4,00	23,4	0,219	0,250	0,015	0,016	0,016
8	3,90	24,5	0,250	0,281	0,005	0,036	0,036
9	3,56	29,0	0,281	0,313	0,009	0,023	0,023
10	3,35	32,2	0,313	0,344	0,009	0,022	0,022
11	3,32	32,7	0,344	0,375	0,017	0,048	0,048
12	3,29	33,1	0,375	0,406	0,044	0,075	0,075
13	3,26	33,6	0,406	0,438	0,070	0,101	0,101
14	2,84	41,6	0,438	0,469	0,022	0,053	0,053
15	2,84	41,6	0,469	0,500	0,053	0,084	0,084
16	2,50	49,4	0,500	0,531	0,006	0,037	0,037
17	2,40	52,0	0,531	0,563	0,012	0,043	0,043
18	2,30	54,7	0,563	0,594	0,016	0,047	0,047
19	2,24	56,3	0,594	0,625	0,031	0,062	0,062
20	2,11	60,1	0,625	0,656	0,024	0,055	0,055
21	2,02	62,8	0,656	0,688	0,028	0,059	0,059
22	1,91	66,2	0,688	0,719	0,025	0,056	0,056
23	1,91	66,2	0,719	0,750	0,056	0,088	0,088
24	1,89	66,9	0,750	0,781	0,081	0,112	0,112
25	1,73	72,1	0,781	0,813	0,060	0,092	0,092
26	1,66	74,4	0,813	0,844	0,068	0,100	0,100
27	1,21	89,1	0,844	0,875	0,048	0,016	0,048
28	1,11	92,0	0,875	0,906	0,045	0,014	0,045
29	0,97	95,4	0,906	0,938	0,048	0,017	0,048
30	0,83	98,0	0,938	0,969	0,042	0,011	0,042
31	0,81	98,3	0,969	1,000	0,014	0,017	0,017

$$D_{max} = 0,112$$

$$\sqrt{N} \cdot D_{max} = 0,626$$



Rys. 3.11. Położenie wartości D_{max} na podziale prawdopodobieństwa

7. Obliczyć i wykreślić górną granicę $Q_{max,p}^{\beta}$ jednostronnego β -% przedziału ufności dla rzeczywistych prawdopodobnych przepływów maksymalnych rocznych $Q_{max,p}$. W tym celu:
- przyjąć dla wartości $\beta = 84\%$ wartość $u_{\beta} = 0,994$,
 - obliczyć $Q_{max,p}^{84\%}$ dla przyjętych wartości p .

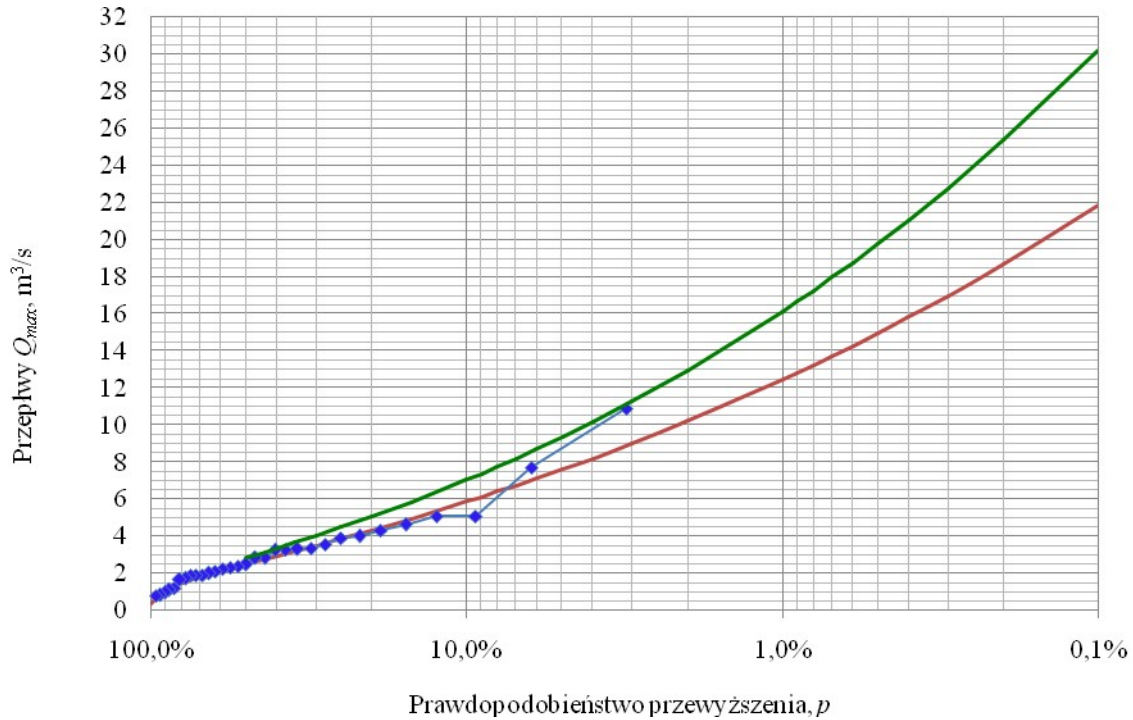
Przykładowo, dla $p = 10\%$ wartość $Q_{max,10\%}^{84\%}$ wynosi:

$$\begin{aligned}
 Q_{max,10\%}^{84\%} &= Q_{max,p} \exp \left[0,994 \frac{\sigma}{\sqrt{N}} \sqrt{1 + \frac{1}{2} u_p^2} \right] \\
 &= 5,88 \cdot \exp \left[0,994 \frac{0,754}{\sqrt{31}} \sqrt{1 + \frac{1}{2} 1,282^2} \right] = 7,05 \text{ m}^3/\text{s}
 \end{aligned}
 \tag{3.51}$$

W tabeli 3.12 zestawiono wyniki obliczeń, a na rys. 3.12 pokazano krzywą prawdopodobieństwa przepływów maksymalnych rocznych w przekroju wodowskazowym Rypin na rzece Rypienicy

Tabela 3.12. Obliczone wartości $Q_{max,p}^{84\%}$ górnej granicy 84% przedziału ufności dla kwantyla $Q_{max,p}$

$p, \%$	50	20	10	5	2	1	0,1
$Q_{max,p}, \text{m}^3/\text{s}$	2,476	4,329	5,880	7,611	10,219	12,461	21,861
$Q_{max,p}^{84\%}, \text{m}^3/\text{s}$	2,833	5,063	7,051	9,355	12,954	16,145	30,205



Rys. 3.12. Krzywa prawdopodobieństwa przewyższenia przepływów maksymalnych rocznych rzeki Rypienicy w przekroju wodowskazowym Rypin. Linia zielona oznacza $Q_{max,p}^{84\%}$ – górną granicę 84% przedziału ufności dla kwantyla $Q_{max,p}$.

4. Obliczenie przepływów maksymalnych rocznych o zadanym prawdopodobieństwie przewyższenia – rozkład Weibulla

Obliczanie przepływów maksymalnych rocznych $Q_{max,p}$ o zadanym prawdopodobieństwie przewyższenia p z zastosowaniem rozkładu Weibulla w przypadku uzasadnionej konieczności przyjęcia innego rozkładu niż rozkład Pearsona typ III.

1. Maksymalny przepływ prawdopodobny $Q_{max,p}$ w trójparametrowym rozkładzie Weibulla oblicza się za pomocą wzoru:

$$Q_{max,p} = \epsilon + \frac{1}{\alpha_w} [-\ln p]^{1/\beta_w} \quad (3.52)$$

gdzie:

ϵ – dolne ograniczenie przepływów w m^3/s , $Q_{max} \geq \epsilon$; wartość odczytana z wykresu.

β_w – parametr kształtu rozkładu.

Parametr β_w oblicza się metodą największej wiarygodności, która daje nieliniowe równanie na parametr β_w (przy znanym ϵ):

$$fbeta(\beta_W) = \frac{1}{\beta_W} + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ln(Q_{\max,i} - \epsilon) - \frac{\sum_{i=1}^N (Q_{\max,i} - \epsilon)^{\beta_W} \ln(Q_{\max,i} - \epsilon)}{\sum_{i=1}^N (Q_{\max,i} - \epsilon)^{\beta_W}} = 0 \quad (3.53)$$

Funkcja $fbeta(\beta_W)$ jest funkcją malejącą. Rozwiązanie β_W równania (3.53) wymaga zastosowania metody numerycznej. Można go również rozwiązać posługując się wykresem $fbeta(\beta_W)$ w pewnym zakresie zmienności β_W , takim, aby $fbeta(\beta_W)$ była różnych znaków na końcach tego zakresu, a następnie zawężając podobny zakres do dokładności żądanej dla β_W .

α_W – parametr skali rozkładu w $(m^3/s)^{-1}$, $\alpha_W > 0$. Wartość tego parametru oblicza się metodą największej wiarygodności za pomocą wzoru (przy znanych ϵ i β_W):

$$\alpha_W = \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (Q_{\max,i} - \epsilon)^{\beta_W} \right]^{-1/\beta_W} \quad (3.54)$$

2. Prawdopodobieństwo $P(Q_{\max} \geq x)$ przewyższenia wartości x przez przepływ Q_{\max} w trójparametrowym rozkładzie Weibulla oblicza się za pomocą wzoru:

$$P(Q_{\max} \geq x) = \exp\left(-[\alpha_W (x - \epsilon)]^{\beta_W}\right) \quad (3.55)$$

3. Wielkość górnej granicy $Q_{\max,p}^{u_\beta}$ jednostronnego $\beta\%$ przedziału ufności dla rzeczywistych prawdopodobnych przepływów maksymalnych rocznych $Q_{\max,p}$ określa się ze wzoru:

$$Q_{\max,p}^{u_\beta} = Q_{\max,p} + u_\beta \sigma(Q_{\max,p}) \quad (3.56)$$

gdzie:

u_β – kwantyl rzędu β w standaryzowanym rozkładzie normalnym, (β jest prawdopodobieństwem nieprzewyższenia); $u_\beta = \text{ROZKŁAD.NORMALNY.S.ODW}(\beta)$

$\sigma(Q_{\max,p})$ – asymptotyczne odchylenie standardowe kwantyla $Q_{\max,p}$ w rozkładzie Weibulla z dwoma parametrami obliczanymi metodą największej wiarygodności (Heo i in., 2001), oblicza się wzorem:

$$\sigma(Q_{\max,p}) = \frac{Q_{\max,p}}{\beta_W \sqrt{N}} \sqrt{1 + \frac{[\Gamma'(2) - \ln(-\ln p)]^2}{(\pi^2 / 6)}} \quad (3.57)$$

gdzie:

$\Gamma'(2)$ – pochodna funkcji gamma Eulera w punkcie 2: $\Gamma'(2) = 0,422784$.

Przykład 3.4. Obliczyć przepływy maksymalne roczne o określonym prawdopodobieństwie przewyższenia w przekroju wodowskazowym Rzepin na rzece Świślinie.

Wodowskaz Rzepin zamyka zlewnie o powierzchni $A = 117,17 \text{ km}^2$. Długość ciągu obserwacyjnego wynosi $N = 30$.

1. Sprawdzić testem Manna-Kendalla jednorodność serii czasowej przepływów maksymalnych rocznych Q_{max} rzeki Świślina w przekroju wodowskazowym Rzepin.

Obliczona jak w przykładach 1.1 i 1.2 wartość S statystyki Manna-Kendalla wynosi $S = -15$.

Odchylenie standardowe zmiennej S wynosi dla $N = 30$:

$$\sigma_s = \sqrt{\frac{1}{18} N(N-1)(2N+5)} = 56,05 \quad (3.58)$$

Wartość u statystyki U wynosi

$$u = \frac{S - \text{sgn}(S)}{\sigma_s} = \frac{-15+1}{56,05} = -0,250 \quad (3.59)$$

Wartość $u_{kryt}(\alpha)$ statystyki U wynosi dla poziomu istotności $\alpha = 5\%$ $u_{kryt}(5\%) = 1,96$, a więc $|u| = 0,250$ jest mniejsze od $u_{kryt}(5\%)$, co oznacza, że nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy o braku trendu monotonicznego przepływów maksymalnych rocznych rzeki Świśliny w przekroju wodowskazowym Rzepin. Tym samym badana seria przepływów została zakwalifikowana do dalszych obliczeń.

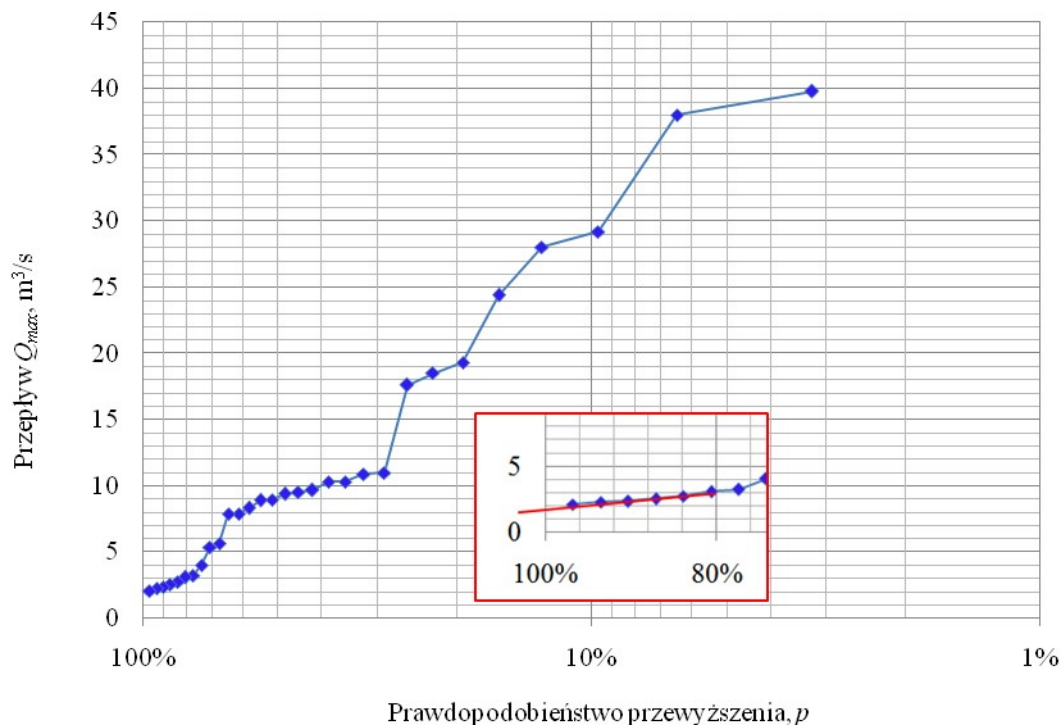
2. Uporządkować malejąco serię chronologiczną danych i obliczyć empiryczne prawdopodobieństwa przewyższenia (tabela 3.13).

Tabela 3.13. Seria chronologiczna Q_{max} przepływów maksymalnych rocznych rzeki Świśliny w przekroju wodowskazowym Rzepin oraz seria uporządkowana malejąco $Q_{max(i)}$ wraz z empirycznymi prawdopodobieństwami przewyższenia $i/(N+1)$

Rok	Przeływ Q_{max} , m^3/s	i	Przeływ $Q_{max(i)}$, m^3/s	Prawdopodob. empiryczne, $p_i = i/(N+1)$
1976	19,3	1	39,8	0,0323
1977	8,32	2	38,0	0,0645
1978	7,88	3	29,2	0,0968
1979	24,4	4	28,0	0,1290
1980	28,0	5	24,4	0,1613
1981	17,6	6	19,3	0,1935
1982	10,3	7	18,5	0,2258
1983	10,3	8	17,6	0,2581
1984	2,52	9	11,0	0,2903
1985	11,0	10	10,9	0,3226

1986	8,92	11	10,3	0,3548
1987	5,34	12	10,3	0,3871
1988	3,22	13	9,68	0,4194
1989	2,73	14	9,52	0,4516
1990	2,35	15	9,37	0,4839
1991	4,0	16	8,92	0,5161
1992	2,09	17	8,90	0,5484
1993	7,88	18	8,32	0,5806
1994	9,52	19	7,88	0,6129
1995	2,28	20	7,88	0,6452
1996	29,2	21	5,65	0,6774
1997	10,9	22	5,34	0,7097
1998	3,06	23	4,0	0,7419
1999	9,37	24	3,22	0,7742
2000	18,5	25	3,06	0,8065
2001	39,8	26	2,73	0,8387
2002	8,90	27	2,52	0,8710
2003	9,68	28	2,35	0,9032
2004	5,65	29	2,28	0,9355
2005	38,0	30	2,09	0,9677

3. Oszacować dolne ograniczenie ϵ metodą graficzną korzystając z wykresu empirycznego prawdopodobieństwo przewyższenia (rys. 3.13).



Rys. 3.13. Empiryczne prawdopodobieństwo przewyższenia (punkty) oraz na podziałce logarytmicznej oraz graficzna estymacja dolnego ograniczenia ϵ (linia czerwona) na podziałce liniowej (wkładka).
 Przyjęto $\epsilon = 1,8 m^3/s$.

Przedłużenie dolnej części wykresu na podziałce liniowej do linii 100% daje w przybliżeniu wartość dolnego ograniczenia rozkładu $\epsilon = 1,8 \text{ m}^3/\text{s}$. Wartość ta będzie wykorzystana w dalszych obliczeniach.

4. Oszacować parametry α_W i β_W rozkładu logarytmiczno-normalnego, metodą największej wiarygodności. W tym celu:

a) Obliczyć wartość parametru β_W rozwiązując równanie:

$$f\betaeta(\beta_W) = \frac{1}{\beta_W} + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ln(Q_{\max,i} - \epsilon) - \frac{\sum_{i=1}^N (Q_{\max,i} - \epsilon)^{\beta_W} \ln(Q_{\max,i} - \epsilon)}{\sum_{i=1}^N (Q_{\max,i} - \epsilon)^{\beta_W}} = 0 \quad (3.60)$$

Obliczona wartość $\beta_W = 0,947$.

b) Obliczyć wartość parametru α_W :

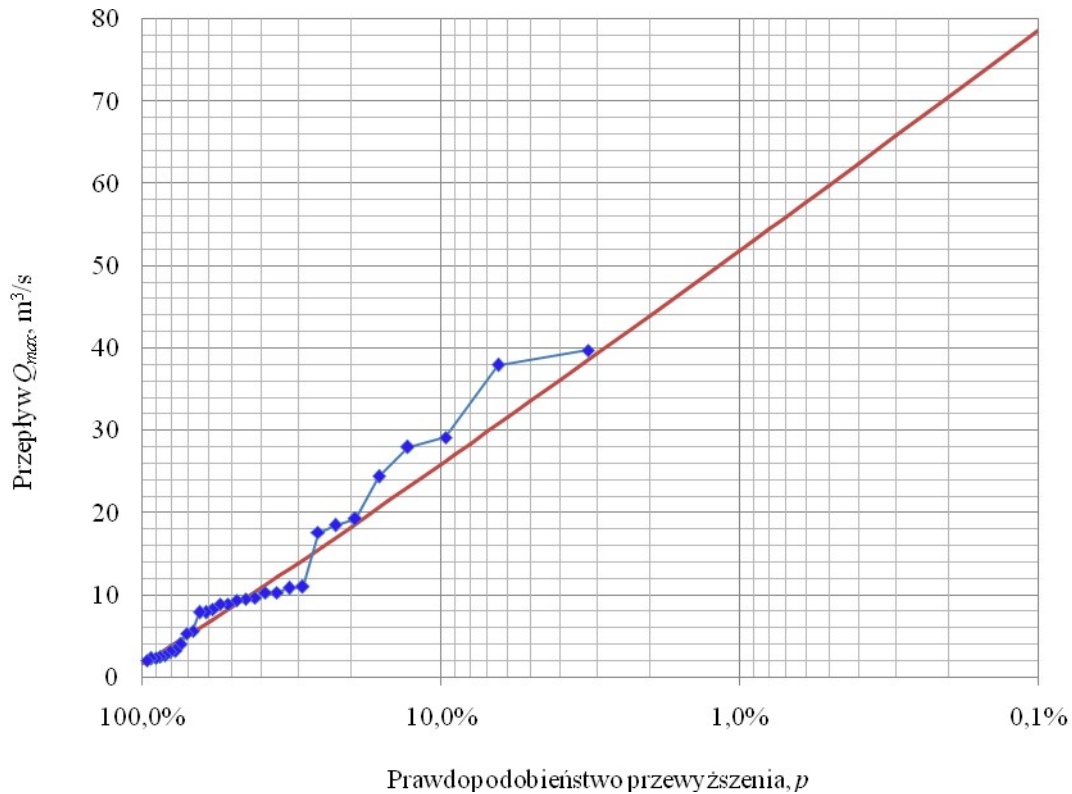
$$\alpha_W = \left[\frac{1}{30} \sum_{i=1}^N (Q_{\max,i} - \epsilon)^{0,947} \right]^{\frac{1}{0,947}} = 0,1001 \text{ (m}^3/\text{s)}^{-1} \quad (3.61)$$

5. Obliczyć żądane wartości $Q_{\max,p}$.

Przykładowo: dla $p = 0,8$ mamy

$$Q_{\max,p} = \epsilon + \frac{1}{\alpha_W} [-\ln(p)]^{1/\beta_W} = 1,8 + \frac{1}{0,1001} [-\ln(0,8)]^{1/0,947} = 3,85 \text{ m}^3/\text{s} \quad (3.62)$$

6. Obliczone wartości teoretycznego rozkładu prawdopodobieństwa przewyższenia Q_{\max} nanieść na podziałkę prawdopodobieństwa (rys. 3.14).



Rys. 3.14. Teoretyczny rozkład prawdopodobieństwa $p_{teor}(Q_{max}; \epsilon = 1,8 \text{ m}^3/\text{s}; \alpha_W = 0,1001; \beta_W = 0,947)$ (linia ciągła) przewyższenia przepływów Q_{max}

7. Zweryfikować hipotezę H_0 (prawdziwy rozkład zmiennej Q_{max} jest rozkładem Weibulla z parametrami $\epsilon = 1,8 \text{ m}^3/\text{s}; \alpha_W = 0,1001; \beta_W = 0,947$), za pomocą testu λ Kołmogorowa.

W tym celu:

a) dla wszystkich wartości uporządkowanej malejąco serii danych $Q_{max,(i)}$, $i = 1, 2, \dots, N=30$, obliczyć wartość D_i (wyniki przedstawiono w tabeli 3.14):

$$D_i = \max \left[\left| \frac{i}{N+1} - p_{teor}(Q_{max,(i)}) \right|, \left| \frac{i+1}{N+1} - p_{teor}(Q_{max,(i)}) \right| \right] \quad (3.63)$$

b) obliczyć maksymalną wartość D_{max}

$$D_{max} = \max_{i=1, \dots, N} \{D_i\} = 0,142 \quad (3.64)$$

c) obliczyć wartość λ_{Kol} statystyki testowej testu λ Kołmogorowa:

$$\lambda_{Kol} = \sqrt{N} \cdot D_{max} = \sqrt{30} \cdot 0,142 = 0,779 \quad (3.65)$$

Ponieważ wartość statystyki testowej $\lambda_{Kol} = 0,779$ jest mniejsza od 5% wartości krytycznej $\lambda_{kr} = 1,36$, nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej, że rozkładem prawdo-

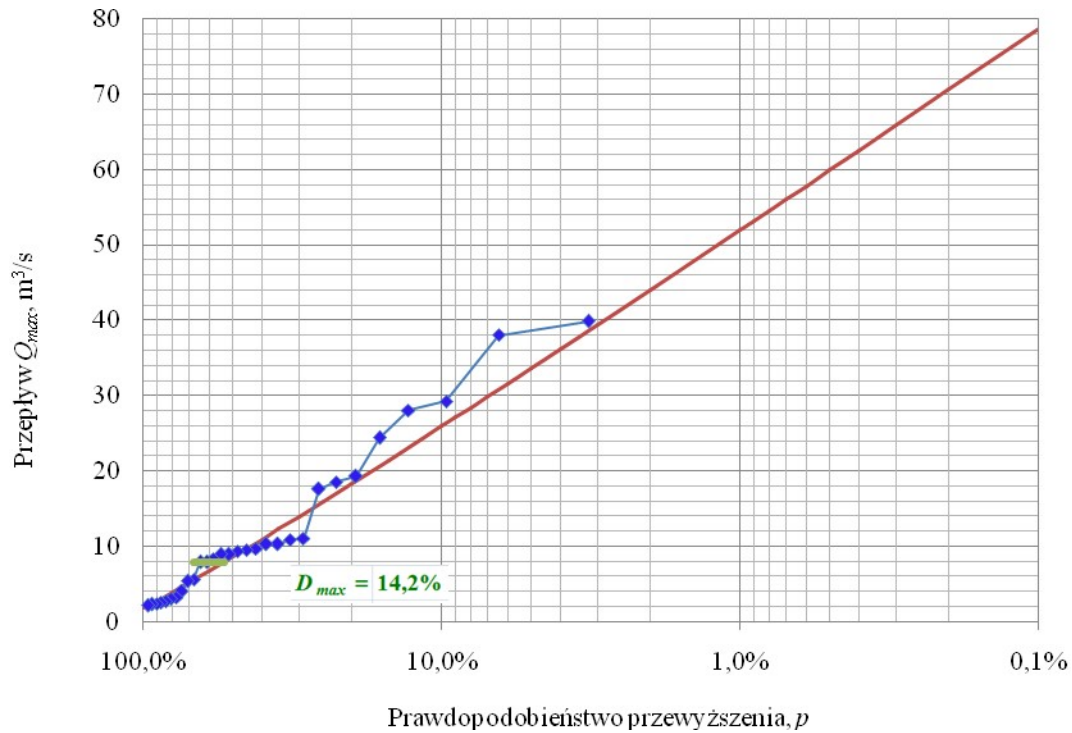
podobieństwa przepływów maksymalnych jest rozkład Weibulla z parametrami $\epsilon = 1,8$; $\alpha_W = 0,1001$; $\beta_W = 0,947$. Wyniki przedstawiono w tabeli 3.14 oraz pokazano na rys. 3.15.

Tabela 3.14. Uporzędkowana malejąco seria przepływów maksymalnych rocznych rzeki Świśliny w przekroju wodowskazowym Rzepin, $Q_{max(i)}$, teoretyczne prawdopodobieństwa przewyższenia, $p_{teor}(Q_{max(i)})$, oraz wartości pomocnicze do obliczania D_i (3.63), D_{max} (3.64) oraz λ_{Kol} (3.65)

i	Przepływ $Q_{max(i)}$, m^3/s	$p_{teor}(Q_{max(i)})$	$i/(N+1)$	$(i+1)/(N+1)$	$ i/(N+1) - p_{teor}(Q_{max}) $	$ (i+1)/(N+1) - p_{teor}(Q_{max}) $	D_i
1	39,8	2,9	0,032	0,065	0,003	0,036	0,036
2	38,0	3,4	0,065	0,097	0,031	0,063	0,063
3	29,2	7,4	0,097	0,129	0,023	0,055	0,055
4	28,0	8,3	0,129	0,161	0,046	0,079	0,079
5	24,4	11,5	0,161	0,194	0,047	0,079	0,079
6	19,3	18,3	0,194	0,226	0,011	0,043	0,043
7	18,5	19,6	0,226	0,258	0,029	0,062	0,062
8	17,6	21,4	0,258	0,290	0,045	0,077	0,077
9	11,0	39,6	0,290	0,323	0,106	0,074	0,106
10	10,9	40,0	0,323	0,355	0,078	0,045	0,078
11	10,3	42,4	0,355	0,387	0,069	0,037	0,069
12	10,3	42,4	0,387	0,419	0,037	0,004	0,037
13	9,68	45,0	0,419	0,452	0,030	0,002	0,030
14	9,52	45,7	0,452	0,484	0,005	0,027	0,027
15	9,37	46,3	0,484	0,516	0,020	0,053	0,053
16	8,92	48,4	0,516	0,548	0,032	0,064	0,064
17	8,90	48,5	0,548	0,581	0,064	0,096	0,096
18	8,32	51,3	0,581	0,613	0,068	0,100	0,100
19	7,88	53,5	0,613	0,645	0,078	0,110	0,110
20	7,88	53,5	0,645	0,677	0,110	0,142	0,142
21	5,65	66,7	0,677	0,710	0,011	0,043	0,043
22	5,34	68,8	0,710	0,742	0,022	0,054	0,054
23	4,00	78,8	0,742	0,774	0,046	0,013	0,046
24	3,22	85,4	0,774	0,806	0,080	0,048	0,080
25	3,06	86,9	0,806	0,839	0,062	0,030	0,062
26	2,73	90,0	0,839	0,871	0,061	0,029	0,061
27	2,52	92,0	0,871	0,903	0,050	0,017	0,050
28	2,35	93,8	0,903	0,935	0,035	0,002	0,035
29	2,28	94,5	0,935	0,968	0,010	0,023	0,023
30	2,09	96,6	0,968	1,000	0,002	0,034	0,034

$$D_{max} = 0,142$$

$$\sqrt{N} \cdot D_{max} = 0,779$$



Rys. 3.15. Położenie wartości D_{max} na podziałce prawdopodobieństwa

8. Obliczyć górną granicę $Q_{max,p}^{\beta}$ jednostronnego $\beta\%$ przedziału ufności dla rzeczywistych prawdopodobnych przepływów maksymalnych rocznych $Q_{max,p}$.

W tym celu:

- przyjąć z tabeli A.3 dla wartości $\beta = 84\%$ wartość $u_{\beta} = 0,994$
- obliczyć $Q_{max,p}$ dla przyjętych wartości p .

Przykładowo, dla $p = 10\%$ $Q_{max,p}$ wynosi:

$$Q_{max,10\%} = \epsilon + \frac{1}{\alpha_w} [-\ln(p)]^{1/\beta_w} = 1,8 + \frac{1}{0,1001} [-\ln(0,1)]^{1/0,947} = 25,90 \text{ m}^3/\text{s} \quad (3.66)$$

- obliczyć $\sigma(Q_{max,p})$ dla przyjętych wartości p ;

Przykładowo, dla $p = 10\%$ $\sigma(Q_{max,10\%})$ wynosi:

$$\begin{aligned} \sigma(Q_{max,10\%}) &= \frac{Q_{max,10\%}}{\beta_w \sqrt{N}} \sqrt{1 + \frac{[\Gamma'(2) - \ln(-\ln p)]^2}{(\pi^2 / 6)}} \\ &= \frac{25,90}{0,947 \sqrt{30}} \sqrt{1 + \frac{[0,422784 - \ln(-\ln 0,1)]^2}{1,6449}} = 5,24 \text{ m}^3/\text{s} \end{aligned} \quad (3.67)$$

- obliczyć $Q_{max,p}^{84\%}$ dla przyjętych wartości p .

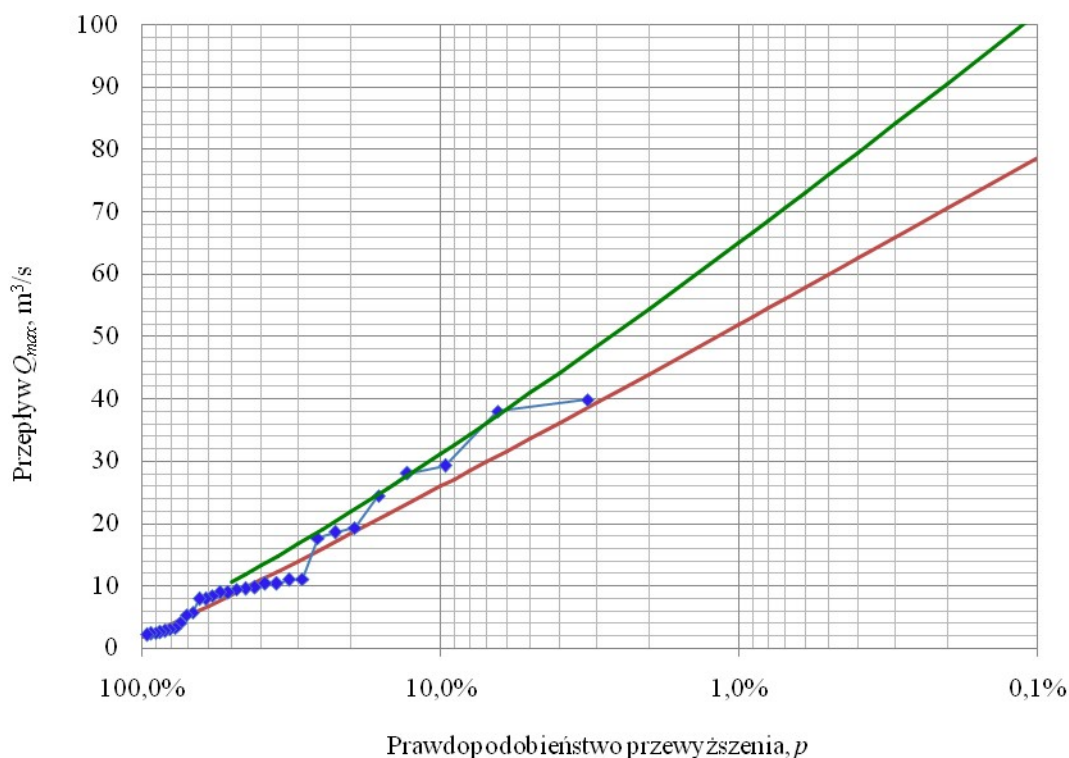
Przykładowo, dla $p = 10\%$ wartość $Q_{max,10\%}^{84\%}$ wynosi

$$\begin{aligned} Q_{max,10\%}^{84\%} &= Q_{max,10\%} + u_{\beta} \sigma(Q_{max,10\%}) \\ &= 25,90 + 0,994 \cdot 5,24 = 31,11 \text{ m}^3/\text{s} \end{aligned} \quad (3.68)$$

W tabeli 3.15 zestawiono wybrane wyniki obliczeń, a na rys. 3.16 pokazano krzywą prawdopodobieństwa przepływów maksymalnych rocznych w przekroju wodowskazowym Rzepin na rzece Świślinie.

Tabela 3.15. Obliczone wartości $Q_{max,p}^{84\%}$ górnej granicy 84% przedziału ufności dla kwantyla $Q_{max,p}$

$p, \%$	50	20	10	5	2	1	0,1
$Q_{max,p} [\text{m}^3/\text{s}]$	8,58	18,31	25,90	33,61	43,97	51,90	78,67
$\sigma(Q_{max,p}) [\text{m}^3/\text{s}]$	1,94	3,53	5,24	7,32	10,52	13,20	23,43
$Q_{max,p}^{84\%} [\text{m}^3/\text{s}]$	10,51	21,82	31,11	40,89	54,42	65,02	102,0



Rys. 3.16. Krzywa prawdopodobieństwa przepływów maksymalnych rocznych rzeki Świśliny w przekroju wodowskazowym Rzepin. Linia zielona oznacza górną granicę $Q_{max,p}^{84\%}$ 84% przedziału ufności dla kwantyla $Q_{max,p}$.

Literatura

- Heo J. H., Kim, K. D., Salas, J. D. 2001. *Estimation of Confidence Intervals of Quantiles for the Weibull Distribution*, Jour. of Stoch. Environmental Research and Risk Assessment, 15(4)
- Kendall M. G., Stuart A. 1968. *The Advanced Theory of Statistics*, Volume 3 – Design and analysis and time series, Second edition, Griffin, London
- Stedinger J. R., Vogel R. M., Foufoula-Georgiou E. 1993. *Frequency analysis of extreme events*, w: Maidment D.R. (ed.). Handbook of Hydrology. McGraw-Hill. Inc.
- CUGW (1968) *Zasady obliczania największych przepływów rocznych o określonym prawdopodobieństwie pojawiania się przy projektowaniu obiektów inżynierskich i urządzeń technicznych gospodarki wodnej w zakresie budownictwa hydrotechnicznego*. Załącznik do zarządzenia nr 26 Prezesa CUGW z dnia 9 lipca 1968 r. (Dz. Bud. Nr 9, poz. 42)

IV Metody uzupełniania i przenoszenia przepływów

W przypadku krótkiego ciągu przepływów maksymalnych rocznych, gdy jego liczebność jest mniejsza od 30, należy go uzupełnić wykorzystując obserwacje z przekroju wodowskazowego położonego w zlewni o podobnych warunkach formowania się odpływów wezbraniowych. Do przeniesienia informacji należy zastosować metodę regresji.

1. Metoda regresji

Metoda uzupełniania informacji hydrologicznej za pomocą regresji, oparta jest założeniu o istnieniu zależności statystycznej pomiędzy przepływami maksymalnymi w roku w 2 przekrojach wodowskazowych o podobnym reżimie hydrologicznym. Okres obserwacji przepływów Q_u w przekroju obliczeniowym, wymagającym uzupełnienia (krótka seria, n obserwacji), jest częścią okresu obserwacji przepływów Q_w w drugim przekroju (długa seria, m obserwacji, $m > n$). Opierając się na danych ze wspólnego n -letniego okresu obserwacji określa się zależność regresyjną pomiędzy przepływami Q_u a Q_w i wykorzystując uzyskane równanie "przedłuża się" krótką serię obserwacji do długości m .

Do określenia funkcji regresji należy przyjąć kryterium najmniejszych kwadratów, tj. kryterium minimalnej wartości sumy kwadratów różnic pomiędzy wartościami przepływów obliczonymi z przyjętego równania (funkcji regresji), a pomierzonymi wartościami przepływów:

$$\sum_{i=1}^n [f(Q_{w_i}) - Q_{u_i}]^2 \rightarrow \min \quad (4.1)$$

gdzie:

$Q_u = f(Q_w)$ – funkcja regresji, wartość oczekiwana (średnia) przepływu maksymalnego rocznego w przekroju wodowskazowym z krótkim ciągiem obserwacyjnym zależna od wartości przepływu w przekroju wodowskazowym z długim ciągiem obserwacyjnym,

Q_w – przepływ w przekroju wodowskazowym z długim ciągiem obserwacyjnym, m^3/s ,

Q_u – przepływ w przekroju wodowskazowym z krótkim (n -elementowym) ciągiem obserwacyjnym, m^3/s .

Funkcja regresji powinna odzwierciedlać charakter zależności, jaki występuje między przepływami w analizowanych przekrojach. W zdecydowanej większości przypadków zaobserwowano liniową zależność pomiędzy przepływami, zatem można przyjąć, że regresję opisuje równanie liniowe w postaci:

$$f(Q_w) = b Q_w + a \quad (4.2)$$

gdzie:

a, b – współczynniki równania (współczynniki regresji liniowej).

Kryterium (4.1) przyjmuje teraz postać:

$$\sum_{i=1}^n [(b Q_{w_i} + a) - Q_{u_i}]^2 \rightarrow \min \quad (4.3)$$

Oszacowanie parametrów a i b z użyciem kryterium (4.3) można zrealizować za pomocą arkusza kalkulacyjnego Excel. W przykładzie 4.1. wyjaśniono szczegółowo metodę.

Przykład 4.1. Obliczyć krzywą prawdopodobieństwa przepływów maksymalnych rocznych o określonym prawdopodobieństwie przewyższenia w przekroju wodowskazowym Cięcina na Sole, który posiada krótki 15-letni ciąg obserwacyjny (1966-1980), korzystając z obserwowanych przepływów maksymalnych rocznych w przekroju wodowskazowym Rajcza na tej samej rzece (długi 30-letni ciąg obserwacyjny, 1966-1995).

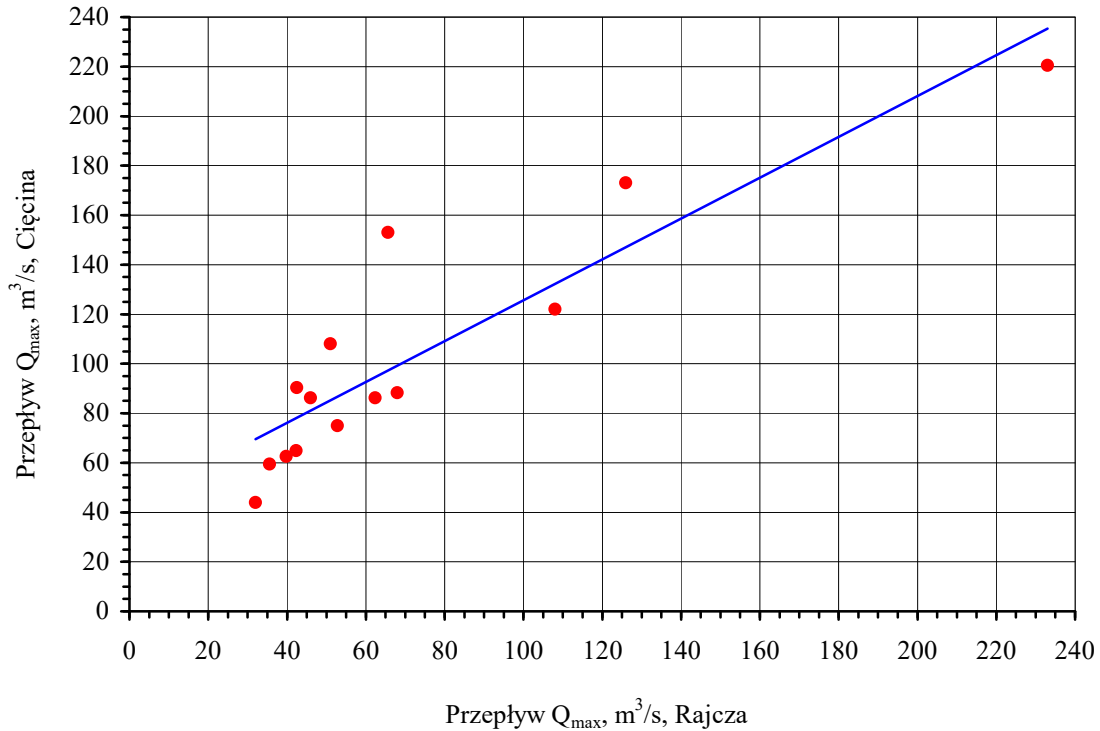
Wartości przepływów maksymalnych rocznych w kolejnych latach wspólnego okresu obserwacji w przekrojach wodowskazowych Rajcza i Cięcina zestawiono w tabeli 4.1.

Tabela 4.1. Przepływy maksymalne roczne w przekrojach wodowskazowych Rajcza i Cięcina

Lp	Rok	Przepływ $Q_{max}, m^3/s$	
		Wodowskaz Rajcza	Wodowskaz Cięcina
1	1980	133,0	152,0
2	1979	39,8	62,5
3	1978	52,8	75,0
4	1977	62,4	86,2
5	1976	42,5	90,4
6	1975	68,0	88,3
7	1974	65,6	153,0
8	1973	46,0	86,2
9	1972	126,0	173,0
10	1971	51,0	108,0
11	1970	233,0	220,5
12	1969	32,0	43,9
13	1968	108,0	122,0
14	1967	35,6	59,5
15	1966	42,3	64,9

1. Linia regresji i wartości współczynnika determinacji.

Uzyskany wykres za pomocą arkusza Excel (rys. 4.1), przedstawia linię trendu o równaniu (4.4), przy współczynnika determinacji $R^2 = 0,815$.



Rys. 4.1. Przepływy obserwowane i linia trendu

Otrzymane równanie regresji ma postać:

$$\bar{Q}_u = 0,823 Q_w + 43,23 \quad (4.4)$$

gdzie symbolem \bar{Q}_u zaznaczono średni przepływ Q_u .

2. Ocena istotności statystycznej prostej regresji

Ocena ta zostanie dokonana poprzez testowanie hipotezy H_0 (współczynnik kierunkowy prawdziwej prostej regresji = 0). W przypadku regresji liniowej takie testowanie jest równoważne testowaniu hipotezy o braku korelacji pomiędzy zmiennymi Q_u i Q_w : $H_0(\rho = 0)$, gdzie ρ jest prawdziwą (a nieznaną) wartością współczynnika korelacji. Oszacowana wartość tego współczynnika wynosi:

$$r = \sqrt{R^2} = \sqrt{0,815} = 0,903 \quad (4.5)$$

Wartość tę należy porównać z wartością krytyczną r_{kryt} współczynnika korelacji przyjmując poziom istotności $\alpha = 0,05$. Wartość r_{kryt} można obliczyć za pomocą Excela w następujący sposób:

$$r_{kryt}(\alpha) = \frac{t_\alpha}{\sqrt{t_\alpha^2 + n - 2}} \quad (4.6)$$

gdzie

$$t_{\alpha} = \text{ROZKŁAD.T.O DW}(\alpha; n - 2) \quad (4.7)$$

Dla $\alpha = 0,05$ i $n = 15$ otrzymuje się

$$t_{\alpha} = \text{ROZKŁAD.T.O DW}(0,05;13) = 2,160 \quad (4.8)$$

stąd

$$r_{kryt}(5\%) = \frac{2,160}{\sqrt{2,160^2 + 13}} = 0,514 \quad (4.9)$$

Ponieważ $|r| = 0,903 > r_{kryt} = 0,514$ hipotezę H_0 o nieistotności można odrzucić, co oznacza, że można stosować uzyskane równanie regresji.

3. Uzupełnianie ciągu obserwacyjnego w przekroju wodowskazowym Cięcina. Korzystając z równania regresji $\bar{Q}_u = 0,823 Q_w + 43,23$ obliczono przepływy maksymalne roczne w okresie nie objętym obserwacjami (1981-1995). Wyniki przedstawiono w tabeli 4.2.

Tabela 4.2. Przepływy maksymalne roczne w przekrojach wodowskazowych Rajcza i Cięcina. Drukiem wytłuszczonym zaznaczono wartości uzyskane z równania regresji.

Lp	Rok	Przepływ wod. Rajcza $Q_{max}, m^3/s$	Przepływ wod. Cięcina $Q_{max}, m^3/s$
1	1995	57,2	90,3
2	1994	39,8	76,0
3	1993	42,1	77,9
4	1992	25,5	64,2
5	1991	69,6	100,5
6	1990	50,3	84,6
7	1989	69,5	100,4
8	1988	70,7	101,4
9	1987	51,5	85,6
10	1986	50,0	84,4
11	1985	63,5	95,5
12	1984	58,8	91,6
13	1983	51,0	85,2
14	1982	97,5	123,5
15	1981	79,9	109,0
16	1980	133,0	152,0
17	1979	39,8	62,5
18	1978	52,8	75,0
19	1977	62,4	86,2
20	1976	42,5	90,4
21	1975	68,0	88,3
22	1974	65,6	153,0
23	1973	46,0	86,2
24	1972	126,0	173,0
25	1971	51,0	108,0

26	1970	233,0	220,5
27	1969	32,0	43,9
28	1968	108,0	122,0
29	1967	35,6	59,5
30	1966	42,3	64,9

4. Stosując procedurę opisaną w rozdziale III należy obliczyć przepływy maksymalne roczne o określonym prawdopodobieństwie przewyższenia w przekroju wodowskazowym Cięcina na rzece Sole.

2. Przekrój obliczeniowy nie pokrywa się z przekrojem wodowskazowym

2.1. Metoda ekstrapolacji

Jeżeli przekrój niekontrolowany obliczeniowy położony jest powyżej lub poniżej przekroju wodowskazowego (rys. 4.2) przepływy maksymalne roczne o określonym prawdopodobieństwie przewyższenia w przekroju niekontrolowanym należy obliczyć ze wzoru ekstrapolacyjnego (Ozga-Zielińska, Brzeziński 1994):

$$Q_{X \max} = Q_{W \max} \left(\frac{A_X}{A_W} \right)^n \quad (4.10)$$

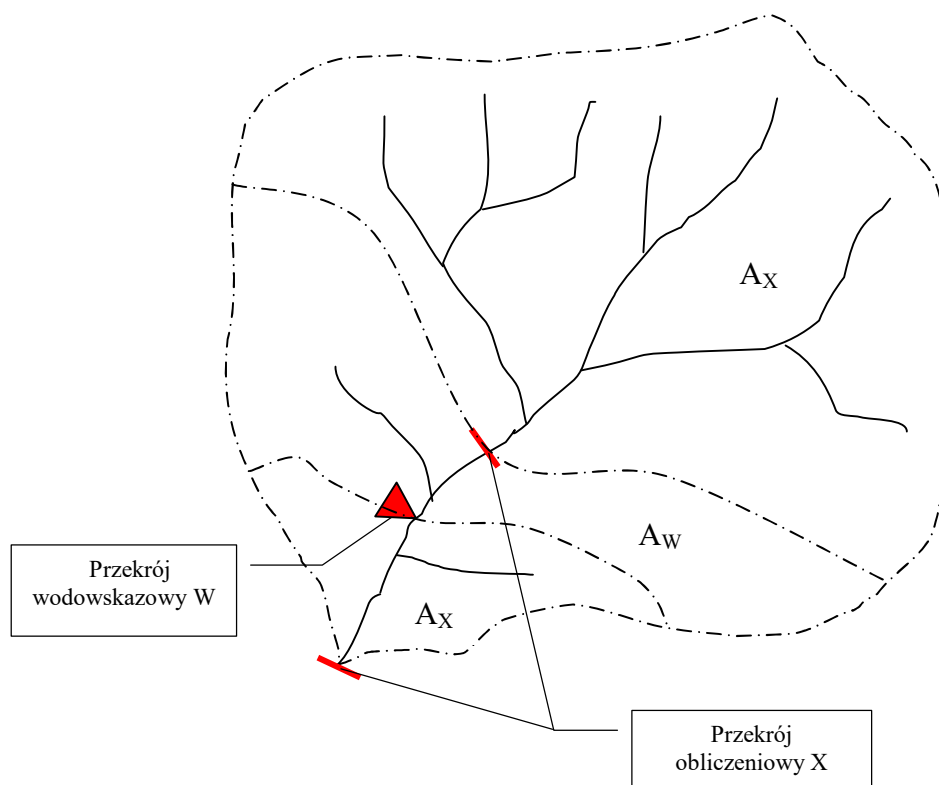
gdzie: $Q_{X \max}$ – przepływy w przekroju obliczeniowym, m³/s,

$Q_{W \max}$ – przepływy w przekroju wodowskazowym, m³/s,

A_X – powierzchnia zlewni do przekroju obliczeniowego, km²,

A_W – powierzchnia zlewni do przekroju wodowskazowego, km²,

n – parametr równania ekstrapolacyjnego.



Rys. 4.2. Położenie przekroju obliczeniowego względem przekroju wodowskazowego

We wzorze ekstrapolacyjnym najważniejszymi charakterystykami fizycznogeograficznymi, kształtującymi przepływ są powierzchnia zlewni do przekroju wodowskazowego A_W i niekontrolowanego A_X .

W praktyce często zakłada się, że czynniki kształtujące odpływ w zlewni niekontrolowanej i kontrolowanej są w przybliżeniu takie same, a wykładnik potęgi n jest zależny od rodzaju przepływu charakterystycznego (dla przepływów maksymalnych $n = 2/3$) (Sygut i in. 2014; Fal, Stachý 1984) Założenie to nie uwzględnia zmian zagospodarowania przestrzennego, które mogą wpływać na warunki formowania się odpływu oraz zmienności przepływów w strefie przepływów wysokich, gdy istotną rolę odgrywa nie tylko powierzchnia zasilania cieku, a spadki terenu i szorstkość terenu.

Przykład 4.2. Obliczyć przepływy maksymalne roczne o określonym prawdopodobieństwie przewyższenia w przekroju projektowanego mostu na Sole w km 76+800 (przekrój niekontrolowany), który zamyka zlewnię o powierzchni $A_X = 239,7 \text{ km}^2$ w oparciu o przepływy maksymalne w przekroju wodowskazowym Rajcza na tej samej rzece (km 75+000, powierzchnia zlewni $A_W = 254,0 \text{ km}^2$).

1. Wykorzystując wzór ekstrapolacyjny obliczyć przepływy maksymalne roczne w przekroju projektowanego mostu. Dla przepływu obserwowanego w roku 1995 mamy:

$$Q_{X \max} = 57,2 \left(\frac{237,9}{254,0} \right)^{2/3} = 55,0 \text{ m}^3/\text{s}$$

Pozostałe wartości obliczone zestawiono w tabeli 4.3.

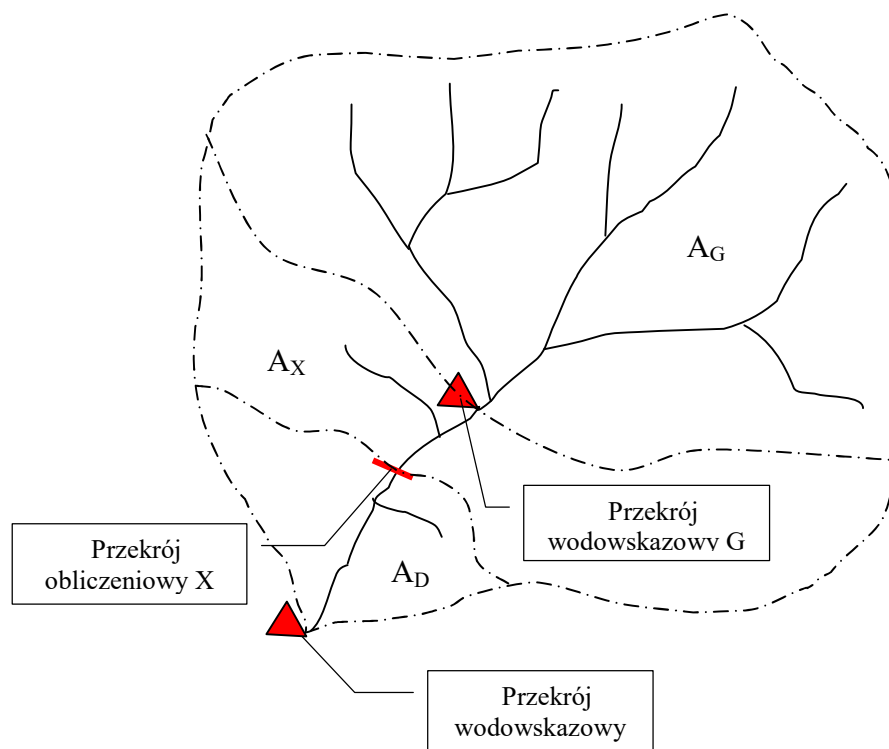
Tabela 4.3. Przepływy maksymalne roczne w przekroju wodowskazowym i przekroju projektowanego mostu

Lp	Rok	Wodowskaz Rajcza Q_{\max} , m ³ /s	Przepływ w przekroju mostowym Q_{\max} , m ³ /s
1	1995	57,2	55,0
2	1994	39,8	38,3
3	1993	42,1	40,5
4	1992	25,5	24,5
5	1991	69,6	67,0
6	1990	50,3	48,4
7	1989	69,5	66,9
8	1988	70,7	68,0
9	1987	51,5	49,5
10	1986	50,0	48,1
11	1985	63,5	61,1
12	1984	58,8	56,6
13	1983	51,0	49,1
14	1982	97,5	93,8
15	1981	79,9	76,9
16	1980	133,0	128,0
17	1979	39,8	38,3
18	1978	52,8	50,8
19	1977	62,4	60,0
20	1976	42,5	40,9
21	1975	68,0	65,4
22	1974	65,6	63,1
23	1973	46,0	44,3
24	1972	126,0	121,2
25	1971	51,0	49,1
26	1970	180	168,4
27	1969	32,0	30,8
28	1968	108,0	103,9
29	1967	35,6	34,3
30	1966	42,3	40,7

2. Stosując procedurę opisaną w rozdziale III obliczyć przepływy maksymalne roczne o określonym prawdopodobieństwie przewyższenia w przekroju projektowanego mostu na rzece Sole.

2.2. Metoda interpolacji

Metodę interpolacji stosuje się w przypadku, gdy przekrój obliczeniowy znajduje się pomiędzy przekrojami wodowskazowymi położonymi na tym samym cieku (rys. 4.3) (Ozga-Zielińska, Brzeziński 1994):.



Rys. 4.3. Położenie przekroju obliczeniowego względem przekrojów wodowskazowych

Przepływ maksymalny roczny w przekroju obliczeniowym określa się ze wzoru:

$$Q_{X \max} = Q_{G \max} + \left(\frac{Q_{D \max} - Q_{G \max}}{A_D - A_G} \right) (A_X - A_G) \quad (4.11)$$

gdzie:

$Q_{X \max}$ – przepływ w przekroju obliczeniowym, m³/s,

$Q_{G \max}$ – przepływ w przekroju wodowskazowym górnym, m³/s,

$Q_{D \max}$ – przepływ w przekroju wodowskazowym dolnym, m³/s,

A_X – powierzchnia zlewni do przekroju obliczeniowego, km²,

A_G – powierzchnia zlewni do przekroju wodowskazowego górnego, km²,

A_D – powierzchnia zlewni do przekroju wodowskazowego dolnego, km².

Przykład 4.3. Stosując równanie interpolacji obliczyć przepływy maksymalne o określonym prawdopodobieństwie przewyższenia w przekroju projektowanego jazu na rzece Skawie w km 11+700 (przekrój obliczeniowy) zamykającym zlewnię o powierzchni $A_X = 967,7$ km²

położonym pomiędzy dwoma przekrojami wodowskazowymi Wadowice i Zator na tej samej rzece.

Wodowskaz Wadowice zamyka zlewnię o powierzchni $A_G = 835,4 \text{ km}^2$, a wodowskaz Zator zlewnię o powierzchni $A_D = 1154,0 \text{ km}^2$.

1. Wykorzystując wzór interpolacyjny obliczyć przepływy maksymalne roczne w przekroju projektowanego jazu. Wartości obliczone zestawiono w tabeli 4.4.

Dla przepływu obserwowanego w roku 1995 mamy:

$$Q_{X \max} = Q_{G \max} + \left(\frac{Q_{D \max} - Q_{G \max}}{A_D - A_G} \right) (A_X - A_G)$$

$$= 137,0 + \left(\frac{182,0 - 137,0}{1154,0 - 835,4} \right) (964,7 - 835,4) = 155,7 \text{ m}^3 / \text{s}$$

Pozostałe wartości obliczone zestawiono w tabeli 4.4.

Tabela 4.4. Przepływy maksymalne roczne w przekrojach wodowskazowych i przekroju projektowanego jazu

Lp	Rok	Przepływ wodowskaz Wadowice $Q_{G \max}, \text{ m}^3/\text{s}$	Przepływ wodowskaz Wadowice $Q_{D \max}, \text{ m}^3/\text{s}$	Przepływ przekrój jazu Km 11+700 $Q_{X \max}, \text{ m}^3/\text{s}$
1	1995	137,0	182,0	155,7
2	1994	177,0	210,0	190,7
3	1993	373,0	381,0	376,3
4	1992	529,0	572,0	546,9
5	1991	183,0	248,0	210,0
6	1990	176,0	214,0	191,8
7	1989	156,0	124,0	142,7
8	1988	51,0	81,4	63,6
9	1987	196,0	387,0	275,3
10	1986	57,2	79,0	66,3
11	1985	96,4	152,0	119,5
12	1984	66,3	140,0	96,9
13	1983	181,0	280,0	222,1
14	1982	121,0	135,0	126,8
15	1981	210,0	600,0	371,9
16	1980	102,0	139,0	117,4
17	1979	291,0	182,0	245,7
18	1978	98,9	235,0	155,4
19	1977	116,0	161,0	134,7
20	1976	215,0	297,0	249,1
21	1975	73,4	87,6	79,3
22	1974	157,0	181,0	167,0
23	1973	122,0	148,0	132,8
24	1972	161,0	169,0	164,3
25	1971	203,0	204,0	203,4
26	1970	200,0	247,0	219,5

27	1969	113,0	289,0	186,1
28	1968	319,0	314,0	316,9
29	1967	94,3	156,0	119,9
30	1966	416,0	843,0	593,3

2. Stosując procedurę opisaną w rozdziale III należy obliczyć przepływy maksymalne roczne o określonym prawdopodobieństwie przewyższenia w przekroju jazu na rzece Skawie.

Literatura

- Fal B., Stachy J. 1984. *Regionalne wartości wskaźnika stopnia redukcji przepływów maksymalnych w Polsce*. Przegląd Geofizyczny. Zeszyt 4
- Ozga-Zielińska M., Brzeziński J. 1994. *Hydrologia stosowana*. PWN Warszawa,
- Sygut M., Wałęga A., Cupak A., Michalec B. 2014. *Weryfikacja współczynników redukcji przepływów maksymalnych rocznych o określonym prawdopodobieństwie przewyższenia w wybranych rzekach karpackiego dorzecza Wisły*. Infrastruktura i Ekologia Terenów Wiejskich. III/1

V Obliczenie przepływów maksymalnych rocznych o określonym prawdopodobieństwie przewyższenia w zlewniach niekontrolowanych

1. Formuła opadowa

Na obszarze całego kraju w zlewniach niekontrolowanych, o powierzchni mniejszej lub równej 50 km², niezurbanizowanych, w których powierzchnia nieprzepuszczalna jest mniejsza od 5% do obliczenia przepływów maksymalnych rocznych o zadanym prawdopodobieństwie przewyższenia należy zastosować formułę opadową (Stachy i in. 1998).

Aby obliczyć maksymalny roczny przepływ o zadanym prawdopodobieństwie przewyższenia wykorzystując formułę opadową należy: na mapie topograficznej wyznaczyć granicę zlewni, określić jej powierzchnię, obliczyć uśredniony spadek cieku, ustalić współczynnik odpływu dla przepływów maksymalnych oraz parametry kształtujące odpływ ze zlewni. Podstawową wielkością wpływającą na przepływ kulminacyjny w formule opadowej jest maksymalny opad dobowy o prawdopodobieństwie przewyższenia $p = 1\%$, którego wartość należy obliczyć stosując metody opisane w rozdziale II.

Na podstawie hydromorfologicznej charakterystyki stoków określa się czas spływu, który w dużej mierze decyduje o koncentracji odpływu ze zlewni.

W oparciu o parametry fizjograficzne zlewni i koryta oblicza się hydromorfologiczną charakterystykę cieku, która po uwzględnieniu spływu po stokach służy do wyznaczenia maksymalnego modułu odpływu jednostkowego.

Formuła opadowa ma postać:

$$Q_{\max p} = f F_1 \varphi H_1 A \lambda_p \delta_J \quad (5.1)$$

gdzie:

f – bezwymiarowy współczynnik kształtu fali,

F_1 – maksymalny moduł odpływu jednostkowego, (m²/s)/km²,

φ – współczynnik odpływu dla przepływów maksymalnych,

H_1 – maksymalny opad dobowy o prawdopodobieństwie przewyższenia $p = 1\%$, mm

A – powierzchnia zlewni, km²,

λ_p – regionalny względny kwantyl dla zadanego prawdopodobieństwa p ,

δ_J – współczynnik redukcji jeziornej.

Wielkościami niezbędnymi do obliczenia maksymalnych przepływów rocznych o określonym prawdopodobieństwie przewyższenia są:

1. Powierzchnia zlewni A w km^2 do przekroju obliczeniowego.

Aby określić powierzchnię zlewni trzeba wyznaczyć jej granicę do przekroju obliczeniowego na mapie topograficznej w odpowiedniej skali. Należy w tym celu wykorzystać mapy w skali 1: 10000 dla zlewni mniejszych od 10 km^2 oraz 1:25000 i 1:50000 dla zlewni większych.

Można również wykorzystać Mapę Podziału Hydrograficznego Polski w skali 1:10000 oraz informacje zawarte w publikacjach IMGW-PIB (Podział Hydrograficzny Polski).

2. Uśredniony spadek zlewni I_{r1} w m/km (‰).

Do określenia uśrednionego spadku w zlewni należy korzystając z mapy topograficznej wyznaczyć profil zlewni, wzdłuż cieku głównego i jego suchej doliny.

3. Współczynnik odpływu φ .

Współczynnik odpływu dla przepływów maksymalnych należy określić na podstawie Mapy Gleb Polski, opracowanej przez IMGW w skali 1:500 000 (mapa M.1, załącznik M) lub odczytać z tabeli B.1 (załącznik B) dla określonego rodzaju gleb.

4. Maksymalny opad dobowy H_1 o prawdopodobieństwie przewyższenia $p = 1\%$.

Maksymalny, średni w zlewni opad dobowy o prawdopodobieństwie przewyższenia $p = 1\%$ należy obliczyć stosując metodę przedstawioną w rozdziale II.

5. Hydromorfologiczna charakterystyka cieku Φ_r .

Hydromorfologiczną charakterystykę cieku do przekroju zamykającego należy obliczyć ze wzoru:

$$\Phi_r = \frac{1000(L+l)}{m I_{r1}^{1/3} A^{1/4} (\varphi H_1)^{1/4}} \quad (5.2)$$

gdzie:

$L+l$ – długość cieku wraz z suchą doliną przedłużoną do działu wodnego, km ,

m – współczynnik szorstkości koryta cieku (tabela B.2, załącznik B),

I_{r1} – uśredniony spadek cieku (zlewni), ‰,

A – powierzchnia zlewni, km^2 ,

φ – współczynnik odpływu dla przepływów maksymalnych,

H_1 – maksymalny opad dobowy o prawdopodobieństwie przewyższenia $p = 1\%$, mm .

6. Gęstość ρ sieci rzecznej w km^{-1} .

Gęstość sieci rzecznej określa się z równania:

$$\rho = \frac{\sum_{i=1}^n (L+l)_i}{A} \quad (5.3)$$

gdzie:

$\sum(L+l)$ – suma długości wszystkich cieków wraz z ich suchymi dolinami, km,

A – powierzchnia zlewni, km².

7. Średnia długość \bar{l}_s stoków w km.

Średnia długość stoków jest zależna od gęstości sieci rzecznej, obliczana ze wzoru:

$$\bar{l}_s = \frac{1}{1,8\rho} \quad (5.4)$$

gdzie:

ρ – gęstość sieci rzecznej, km⁻¹.

8. Średni spadek stoków oblicza się ze wzoru:

$$I_s = \frac{\Delta h \sum_{j=1}^r k_j}{A} \quad (5.5)$$

gdzie:

Δh – różnica wysokości dwóch sąsiednich warstw, m,

$\sum k$ – suma długości warstw w zlewni, km,

A – powierzchnia zlewni, km²,

r – liczba warstw.

9. Hydromorfologiczna charakterystyka stoków.

Hydromorfologiczna charakterystyka stoków Φ_s jest wielkością określającą koncentrację odpływu w zlewni:

$$\Phi_s = \frac{(1000\bar{l}_s)^{1/2}}{m_s I_s^{1/4} (\varphi H_1)^{1/2}} \quad (5.6)$$

gdzie:

\bar{l}_s – średnia długość stoków, km,

m_s – miara szorstkości stoków określona z tabeli B.3 (załącznik B),

I_s – średni spadek stoków, ‰,

φ – współczynnik odpływu przepływów maksymalnych,

H_1 – maksymalny opad dobowy o prawdopodobieństwie przewyższenia $p = 1\%$, mm.

10. Czasu t_s spływu po stokach w min.

Czas spływu po stokach t_s określa się na podstawie obliczonej hydromorfologicznej charakterystyki stoków Φ_s z tabeli B.4 (załącznik B).

11. Maksymalny moduł odpływu jednostkowego F_1

Maksymalny moduł odpływu jednostkowego F_1 należy określić z tabeli B.6 (załącznik B) na podstawie obliczonej hydromorfologicznej charakterystyki koryta cieku oraz czasu t_s

spływu po stokach. W tabeli B.6 podano wartości F_1 dla zlewni położonych w Tatrach i wysokich górach (jeżeli średnia wysokość zlewni leży powyżej rzędnej 700 m n.p.m.) oraz dla pozostałej części kraju (poniżej rzędnej 700 m n.p.m.).

12. Współczynnik redukcji jeziornej δ_J .

Aby określić współczynnik redukcji jeziornej δ_J należy wcześniej obliczyć wskaźnik jeziorności ze wzoru:

$$JEZ = \frac{\sum_{i=1}^n A_{Ji}}{A} \quad (5.7)$$

gdzie:

A_{Ji} – powierzchnia zlewni jeziora, km^2 ,

A – powierzchnia zlewni do przekroju obliczeniowego, km^2 .

Uwzględnia się tylko te jeziora, które powyżej przekroju obliczeniowego jako pierwsze znajdują się na cieku głównym i/lub jego dopływach oraz spełniają warunek, że powierzchnia jeziora A_i stanowi co najmniej 1% powierzchni jego zlewni ($A_i \geq 0,01A_{Ji}$).

W zależności od wskaźnika jeziorności JEZ z tabeli B.7 (załącznik B) określa się współczynnik redukcji jeziornej δ_J .

13. Kwantyle λ_p .

Kwantyle λ_p odczytuje się z tabeli B.8 dla zadanego prawdopodobieństwa przewyższenia p .

14. Bezwymiarowy współczynnik kształtu fali f .

Bezwymiarowy współczynnik kształtu fali wynosi dla obszarów pojeziernych 0,45, a dla pozostałej części Polski 0,60.

Aby określić krzywą prawdopodobieństwa przepływów maksymalnych rocznych obliczenia wzorem (5.1) należy powtórzyć dla różnych wartości prawdopodobieństwa przewyższenia p .

Przykład 5.1. Obliczyć krzywą prawdopodobieństwa przepływów maksymalnych rocznych o zadanym prawdopodobieństwie przewyższenia potoku Jaszczurówka w przekroju ujęcia wody.

1. Wyznaczyć na mapie topograficznej w skali 1:10000 granicę zlewni do przekroju ujęcia wody (rys. 5.1).



Rys. 5.1. Zlewnia potoku Jaszczurówka do przekroju ujęcia wody

2. Określić powierzchnię zlewni A w km^2 do przekroju obliczeniowego.
3. Wyznaczyć i pomierzyć długości l , przedłużonych do granicy zlewni suchych dolin wszystkich cieków. Na mapie (rys. 5.1) suche doliny zaznaczono linią fioletową.
4. Określić długość cieku głównego wraz z suchą doliną $L+l$ (od przekroju zamykającego do granicy zlewni).
5. Zmierzyć na mapie długości wszystkich cieków wraz z ich suchymi dolinami $\Sigma(L+l)$.
6. Zmierzyć na mapie długości warstw Σk w zlewni, oddalonych od siebie o stałą wartość Δh .

Wyniki zestawiono w tabeli 5.1.

Tabela 5.1. Parametry fizycznogeograficzne zlewni potoku Jaszczurówka do przekroju ujęcia wody

Parametr fizycznogeograficzny	Wartość
Powierzchnia zlewni A , km ²	1,82
Długość cieków z suchą doliną $L+l$, km	1,88
Suma długości cieków i ich dolin $\Sigma(L+l)$, km	4,44
Suma długości warstw Σk , km	24,02
Odległość między warstwami Δh , m	25

7. Obliczyć spadek zlewni I_{rl} .

W tym celu należy sporządzić profil podłużny cieków z jego suchą doliną (rys. 5.2.). Obliczyć pole powierzchni pomiędzy profilem, a układem współrzędnych oraz zamienić je na pole trójkąta równoważnego.

Wysokość trójkąta równoważnego obliczyć się ze wzoru:

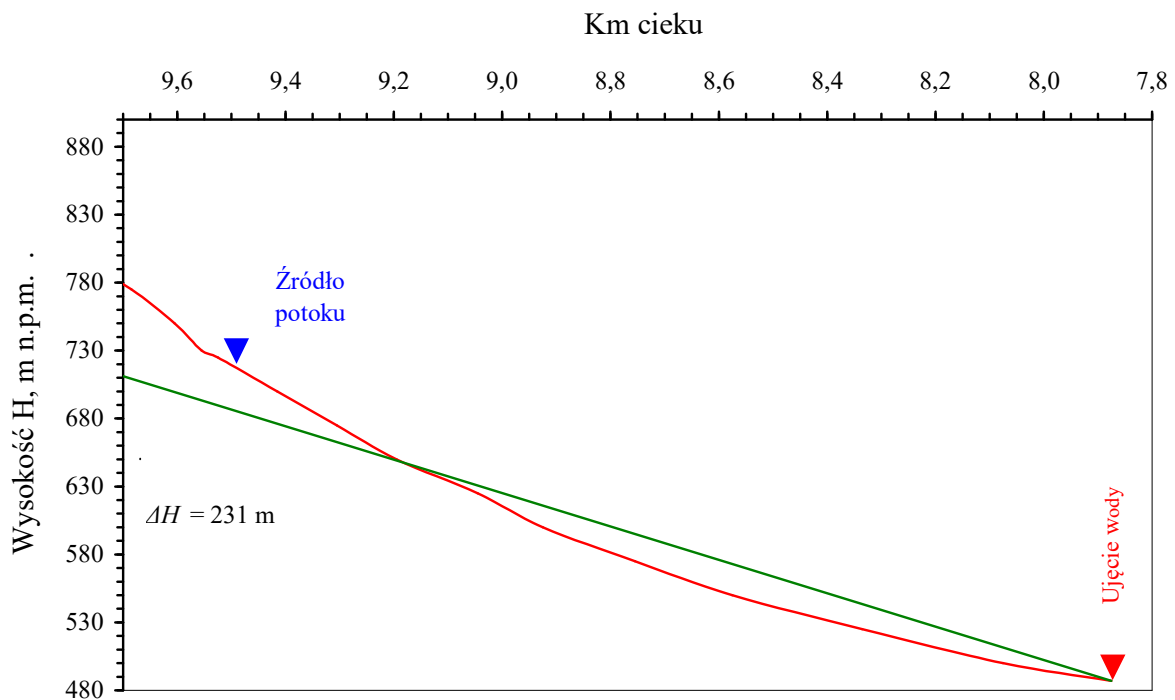
$$\Delta H = \frac{2F}{L+l}$$

gdzie:

F - pole powierzchni pod profilem podłużnym cieków, m²,

$L+l$ - długość cieków głównych wraz z suchą doliną, m.

$$\Delta H = \frac{2F}{L+l} = \frac{2 \cdot 217140,0}{1880} = 231,0 \text{ m}$$



Rys. 5.2. Spadek podłużny zlewni

Uśredniony spadek zlewni jest stosunkiem wysokości trójkąta równoważnego ΔH do długości cieku wraz z suchą doliną $L+l$.

$$I_{r1} = \frac{\Delta H}{L+l} = \frac{231,0}{1,88} = 122,9 \text{ ‰}$$

8. Określić wysokość opadu dobowego w zlewni o prawdopodobieństwie przewyższenia $p = 1\%$: $H_1 = 120 \text{ mm}$.
9. Określić z tabeli B.1 (załącznik B) współczynnik odpływu φ na podstawie mapy gleb. Dla glin i ilów oznaczonych na mapie glebowej M 1 (załącznik M) $\varphi = 0,88$.
10. Przyjąć z tabeli B.2 (załącznik B) współczynnik szorstkości koryt rzecznych m . Dla koryta stałych i okresowych rzek górskich o bardzo nierównym kamienistym dnie $m = 7$.
11. Obliczyć hydromorfologiczną charakterystykę koryta potoku Jaszczurówka do przekroju ujęcia ze wzoru:

$$\Phi_r = \frac{1000(L+l)}{m I_{r1}^{1/3} A^{1/4} (\varphi H_1)^{1/4}} = \frac{1000 \cdot 1,88}{7 \cdot 122,9^{1/3} \cdot 1,82^{1/4} (0,88 \cdot 120)^{1/4}} = 14,531$$

12. Obliczyć gęstość sieci rzecznej ze wzoru:

$$\rho = \frac{\sum_{i=1}^n (L+l)_i}{A} = \frac{4,44}{1,82} = 2,44 \text{ m}^{-1}$$

13. Obliczyć średnią długość stoków ze wzoru:

$$\bar{l}_s = \frac{1}{1,8\rho} = \frac{1}{1,8 \cdot 2,45} = 0,228 \text{ m}$$

14. Obliczyć średni spadek I_s stoków ze wzoru:

$$I_s = \frac{\Delta h \sum_{j=1}^r k_j}{A} = \frac{25 \cdot 24,02}{1,82} = 329,9 \text{ ‰}$$

15. Przyjąć z tabeli B.3 (załącznik B) współczynnik szorstkości stoków m_s . Dla powierzchni leśnych $m_s = 0,1$.
16. Obliczyć geomorfologiczną charakterystykę stoków zlewni potoku Jaszczurówka do przekroju ujęcia wody ze wzoru:

$$\Phi_s = \frac{(1000l_s)^{1/2}}{m_s I_s^{1/4} (\varphi H_1)^{1/2}} = \frac{(1000 \cdot 0,228)^{1/2}}{0,1 \cdot 329,9^{1/4} (0,88 \cdot 120)^{1/2}} = 3,446$$

17. Określić na podstawie geomorfologicznej charakterystyki stoków Φ_s czas t_s spływu po stokach. Korzystając z tabeli B.4 (załącznik B) wyinterpolowano dla $\Phi_s = 3,446$ średni czas spływu po stokach: $t_s = 24,90$ min.
18. Określić wartość maksymalnego modułu odpływu jednostkowego F_1 . Ponieważ średnia wysokość zlewni potoku Jaszczurówka do przekroju ujęcia wody położona jest poniżej 700 m n.p.m. korzystając z tabeli B.6 (załącznik B) dla $\Phi_r = 14,531$ i $t_s = 24,90$ min wyinterpolowano wartość $F_1 = 0,0655$.
19. Przyjąć współczynnik kształtu fali. Dla zlewni górskich $f = 0,6$.
20. Określić z tabeli B8 (załącznik B) kwantyle λ_p . Ponieważ zlewnia potoku Jaszczurówka położona jest w regionie karpackim 2a, wartości kwantyla λ_p zestawiono w tabeli 5.2

Tabela 5.2 Kwantyle λ_p

Prawdopodobieństwo przewyższenia p , %	1	2	3	5	10	20	30	50
Kwantyl λ_p	1,00	0,843	0,745	0,636	0,482	0,334	0,248	0,145

21. Obliczyć przepływy maksymalne roczne o zadanym prawdopodobieństwie przewyższenia w przekroju ujęcia wody na potoku Jaszczurówka.

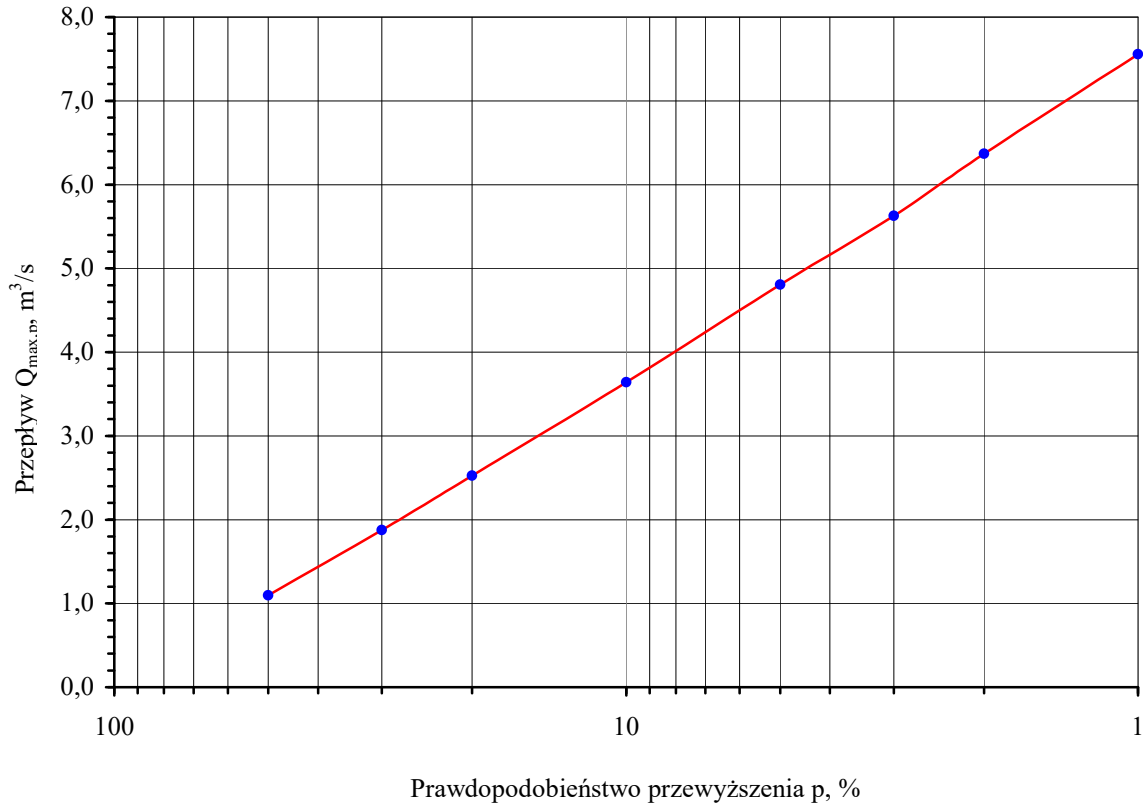
Przykładowo: przepływ o prawdopodobieństwie przewyższenia $p = 1\%$ wynosi:

$$Q_{\max 1\%} = f F_1 \varphi H_1 A \lambda_p \delta_j = 0,6 \cdot 0,0443 \cdot 0,88 \cdot 120 \cdot 1,82 \cdot 1,0 \cdot 1,0 = 7,6 \text{ m}^3/\text{s}$$

Dla pozostałych wartości prawdopodobieństwa wyniki przedstawiono w tabeli 5.3. Krzywą prawdopodobieństwa przepływów maksymalnych rocznych o zadanym prawdopodobieństwie przewyższenia potoku Jaszczurówka w przekroju ujęcia wody pokazano na rys. 5.3.

Tabela 5.3. Przepływy maksymalne roczne o określonym prawdopodobieństwie przewyższenia

Prawdopodob. przewyższenia p , %	Przepływ $Q_{\max, p}$, m ³ /s
1	7,6
2	6,4
3	5,6
5	4,8
10	3,6
20	2,5
30	1,9
50	1,1



Rys. 5.3. Krzywa prawdopodobieństwa przewyższenia przepływów maksymalnych rocznych

2. Obszarowe równania regresji

W zlewniach niekontrolowanych o powierzchni większej od 50 km², jeżeli do przekroju obliczeniowego nie można przenieść informacji wykorzystując metodę ekstrapolacji w ramach podobieństwa hydrologicznego, należy zastosować obszarowe równanie regresji (Stachý, Fal 1987).

1. Przepływy maksymalne roczne $Q_{\max,p}$ w m³/s o zadanym prawdopodobieństwie przewyższenia p oblicza się ze wzoru:

$$Q_{\max,p} = Q_{\max,1\%} \cdot \lambda_p \quad (5.8)$$

gdzie:

$Q_{\max,1\%}$ – przepływ maksymalny roczny o prawdopodobieństwie przewyższenia $p = 1\%$, m³/s,

λ_p – kwantyl, ustalony dla bezwymiarowych krzywych regionalnych przepływów maksymalnych, odczytywany z tabeli B.8 (załącznik B).

Przepływ maksymalny o prawdopodobieństwie przewyższenia $p = 1\%$ oblicza się z równania:

$$Q_{\max,1\%} = \alpha_{\text{obszar1}} \cdot A^{0,92} \cdot H_1^{1,11} \cdot \varphi^{1,07} \cdot I_r^{0,10} \cdot \psi^{0,35} \cdot (1 + Jez)^{-2,11} \cdot (1 + B)^{-0,47} \quad (5.9)$$

gdzie:

α_{obszar1} - parametr równania w zależności od obszaru kraju, odczytywany z tabeli B.5 (załącznik B)

A – powierzchnia zlewni, km^2 ,

H_1 – maksymalny opad dobowy o prawdopodobieństwie przewyższenia $p = 1\%$, obliczony zgodnie z metodyką przedstawioną w rozdziale II.

φ – współczynnik odpływu określony na podstawie „Mapy Gleb Polski” w skali 1:500000 (mapa M.1 załącznik M) wraz z opracowaną dla niej tabelą, w której podano wartości współczynnika odpływu dla wydzielonych grup glebowych (tabela B.1, załącznik B).

I_r – spadek ciek, $\%$,

ψ – średni spadek zlewni, $\%$,

Jez – wskaźnik jeziorności zlewni,

B – wskaźnik zabagnienia zlewni.

2. Dla zlewni, w której występuje kilka grup gleb o różnych wartościach współczynnika odpływu φ , należy obliczyć jako wartość średnią ważoną dla całej zlewni ze wzoru:

$$\varphi = \frac{1}{A} \cdot \sum_{i=1}^{i=n} \varphi_i \cdot A_i \quad (5.10)$$

gdzie:

A_i – powierzchnia pokryta glebami danej grupy, km^2 ,

φ_i – współczynnik odpływu ustalony dla danej grupy gleb, tabela B.1 (załącznik B),

n – liczba grup gleb.

3. Spadek ciek I_r w m/km ($\%$) określa się z równania:

$$I_r = \frac{W_g - W_p}{L + l} \quad (5.11)$$

gdzie:

W_g – wzniesienie działu wodnego w punkcie przecięcia z osią suchej doliny najdłuższego ciek, m n.p.m.,

W_p – wzniesienie przekroju obliczeniowego, zamykającego zlewnię, m n.p.m.,

L – długość najdłuższego ciek, w zlewni, km ,

l – długość suchej doliny w przedłużeniu najdłuższego ciek, w zlewni, km ,

4. Średni spadek zlewni ψ w m/km (‰) oblicza się ze wzoru:

$$\psi = \frac{W_{\max} - W_p}{\sqrt{A}} \quad (5.12)$$

gdzie:

W_{\max} – maksymalne wzniesienie zlewni, m n.p.m.,

W_p – wzniesienie przekroju obliczeniowego, zamykającego zlewnię, m n.p.m.,

A – powierzchnia zlewni, km².

5. Wskaźnik jeziorności zlewni J_{ez} określa się ze wzoru:

$$J_{ez} = \frac{1}{A} \cdot \sum_{i=1}^m A_{J_{ez}i} \quad (5.13)$$

gdzie:

$A_{J_{ez}i}$ – powierzchnia zlewni jeziora i , km²,

m – liczba zlewni jeziornych,

A – powierzchnia zlewni, km².

6. Wskaźnik zabagnienia zlewni B oblicza się z zależności:

$$B = \frac{1}{A} \cdot \sum_{i=1}^k A_{B_i} \quad (5.14)$$

gdzie:

A_{B_i} – powierzchnia i -tego obszaru zabagnionego lub torfowiska, km²,

k – liczba obszarów zabagnionych,

A – powierzchnia zlewni, km².

7. Średni błąd względny σ_{Q_p} w m³/s wartości $Q_{\max,p}$ ($p = 1\%$), wyznaczający obszar, w którym z prawdopodobieństwem 68% mieści się rzeczywista wartość przepływu oblicza się ze wzoru:

$$\sigma_{Q_p} = \sigma_p \cdot Q_{\max,p} \quad (5.15)$$

gdzie:

$Q_{\max,p}$ – przepływ maksymalny o zadanym prawdopodobieństwie przewyższenia p , m³/s,

σ_p – średni błąd względny wartości $Q_{\max,p}$, odczytywany z tabeli B.9 (załącznik B).

$$P [(Q_{\max,p} - \sigma_p) \leq Q_{\max,p} \leq (Q_{\max,p} + \sigma_p)] = 0,68 \quad (5.16)$$

Przykład 5.2. Obliczyć przepływy maksymalne roczne o określonym prawdopodobieństwie przewyższenia w przekroju Mościsko na rzece Piławie (prawobrzeżny dopływ Bystrzycy).

Podstawowe parametry fizycznogeograficzne zlewni zestawiono w tabeli 5.4.

Tabela 5.4. Parametry fizycznogeograficzne zlewni rzeki Piławy do przekroju Mościsko

Parametr	Wartość
Powierzchnia zlewni A , km ²	291,89
Długość najdłuższego ciekę L , km	23,02
Długość suchej doliny l , km	0,20
Wzniesienie działu wodnego w punkcie przecięcia z osią suchej doliny najdłuższego ciekę W_g , m n.p.m.	386,0
Maksymalne wzniesienie zlewni W_{max} , m n.p.m.	1015,0
Wzniesienie zlewni w przekroju obliczeniowym W_p , km n.p.m.	236,0
Maksymalny opad dobowy H_1 o prawdopodobieństwie $p = 1\%$, mm	90
Powierzchnia zlewni jezior $\Sigma A_{Jez\ i}$, km ²	0,00
Powierzchnia obszarów zabagnionych i torfowisk $\Sigma A_{B\ i}$, km ²	0,00

1. Sprawdzić, w którym obszarze oraz wydzielonym makroregionie i regionie położona jest zlewnia, korzystając z mapy M.2. (załącznik M).

Zlewnia położona w makroregionie Sudety, obszar nr 1, region 1b.

2. Określić współczynnik odpływu φ korzystając z „Mapy Gleb Polski” w skali 1:500000: numery wydzielonych gleb: 38 i 29. Odczytana wartość współczynnika odpływu z tabeli B.1 (załącznik B): $\varphi = 0,88$.

3. Obliczyć spadek ciekę I_r :

$$I_r = \frac{W_g - W_p}{L + l} = \frac{386 - 236}{23,02 + 0,2} = 6,46\text{‰}$$

4. Obliczyć średni spadek zlewni ψ :

$$\psi = \frac{W_{max} - W_p}{\sqrt{A}} = \frac{1015 - 236}{\sqrt{291,89}} = 45,6\text{‰}$$

5. Określić wskaźnik jeziorności zlewni Jez :

$$Jez = \frac{1}{A} \cdot \sum_{i=1}^n A_{Jez\ i} = \frac{1}{291,89} \cdot \sum_{i=1}^n 0 = 0$$

6. Określić wskaźnik zabagnienia zlewni B :

$$B = \frac{1}{A} \cdot \sum_{i=1}^n A_{B\ i} = \frac{1}{291,89} \cdot \sum_{i=1}^n 0 = 0$$

7. Obliczyć przepływ maksymalny o prawdopodobieństwie przewyższenia $p = 1\%$:

$$Q_{max,1\%} = \alpha_{obszar1} \cdot A^{0,92} \cdot H_1^{1,11} \cdot \varphi^{1,07} \cdot I_r^{0,10} \cdot \psi^{0,35} \cdot (1 + Jez)^{-2,11} \cdot (1 + B)^{-0,47} =$$

$$1,432 \cdot 10^{-3} \cdot 291,89^{0,92} \cdot 90^{1,11} \cdot 0,88^{1,07} \cdot 6,46^{0,10} \cdot 45,6^{0,35} \cdot (1+0)^{-2,11} \cdot (1+0)^{-0,47} = 156,8 \text{ m}^3/\text{s}$$

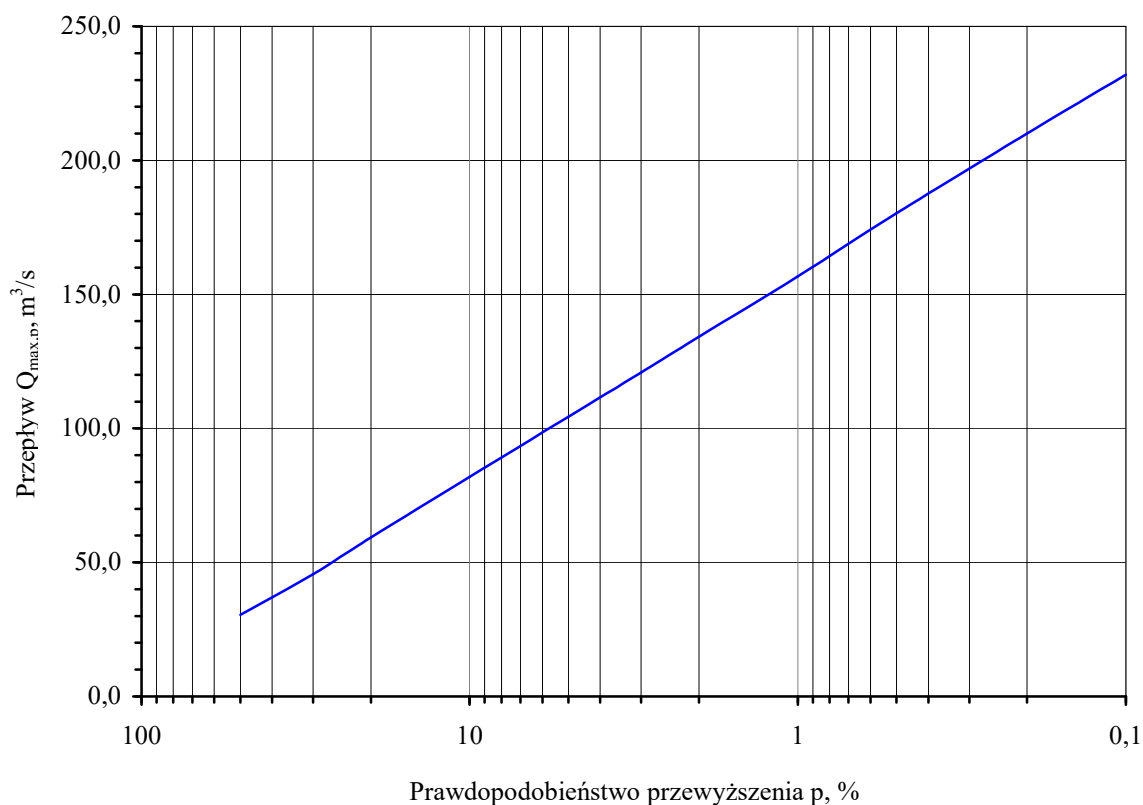
8. Obliczyć przepływy maksymalne roczne o zadanym prawdopodobieństwie przewyższenia:

- ustalić kwantyle λ_p dla regionu 1b z tabeli B.8 (załącznik B).

Obliczone wartości zestawiono w tabeli 5.4 i pokazano na rys. 5.5.

Tabela 5.4. Przepływy maksymalne roczne o określonym prawdopodobieństwie przewyższenia w przekroju Mościsko na rzece Piławie

Prawdopodob. przewyższenia $p, \%$	Kwantyl λ_p	Przepływ $Q_{max,p}, m^3/s$
50	0,185	30,4
30	0,291	45,6
20	0,378	59,3
10	0,522	81,9
5	0,665	104,3
3	0,770	120,8
2	0,856	134,2
1	1,000	156,8
0,5	1,150	180,3
0,2	1,340	210,0
0,1	1,480	232,0



Rys. 5.5. Krzywa prawdopodobieństwa przewyższenia przepływów maksymalnych rocznych o zadanym prawdopodobieństwie przewyższenia

9. Obliczyć średni błąd względny σ_δ wartości $Q_{max,p}$. Średni błąd względny odczytany z tabeli

B.9 (załącznik B) dla obszaru Sudetów wynosi:

$$\text{dla } p = 1\%: \sigma_p = 0,3$$

Przepływ maksymalny znajduje się z prawdopodobieństwem 68% w przedziale:

$$\text{dla } p = 1\%:$$

$$\begin{aligned} &< Q_{\max,1\%} - \sigma_p \cdot Q_{\max,1\%}, Q_{\max,1\%} + \sigma_p \cdot Q_{\max,1\%} > \\ &< 156,8 - 0,3 \cdot 156,8, 156,8 + 0,3 \cdot 156,8 > \\ &< 109,8 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}, 203,8 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1} > \end{aligned}$$

Literatura

Stachý J., Fal B. 1987. *Zasady obliczania maksymalnych przepływów prawdopodobnych*. Prace Instytutu Budowy Dróg i Mostów Nr 3-4. Warszawa.

Stachý J., Fal B., Czarnecka H. 1998. *Obliczanie przepływów maksymalnych rocznych o określonym prawdopodobieństwie*, Wydawnictwa IMGW. Warszawa.

VI Modele transformacji opadu w odpływ

Zlewnia rzeczna jest systemem dynamicznym, na granicy którego z jednej strony występuje czasowo-przestrzennie rozłożony opad jako wymuszający sygnał wejściowy, a z drugiej punktowo hydrogram odpływu jako wyjście systemu. Aby uwzględnić czasowo-przestrzenną zmienność wejścia i parametrów, system reprezentujący duże zlewnie rzeczne należy podzielić na podsystemy, w których charakterystyki transformacji mogą być uśrednione (skupione).

Wraz ze wzrostem powierzchni zlewni odpływ coraz wyraźniej reprezentuje połączoną siecią koryt rzecznych reakcję zlewni cząstkowych. Wysokość i czas wystąpienia kulminacji fali będą w tym przypadku ściśle zależne od parametrów geomorfologicznych zlewni cząstkowych, ale również od kierunku i prędkości przemieszczania się niestacjonarnego pola opadu. Identyfikacja modelu transformacji opadu w odpływ musi być zatem poprzedzona badaniem procesu formowania się odpływu w analizowanej zlewni.

Szerokie znaczenie praktyczne znalazły modele liniowe transformacji opadu w odpływ o parametrach skupionych, stosowane w warunkach, gdy poszczególne procesy, jak i zależności występujące między nimi, nie są w pełni określone lub gdy nie dysponuje się odpowiednimi pomiarami. W modelach o parametrach skupionych uproszczenia w zakresie opisu rzeczywistego procesu formowania się odpływu polegają głównie na uśrednieniu zmiennych przestrzennych i przedstawieniu ich w postaci szeregów czasowych.

Dla dużych zlewni ta sama średnia realizacja opadowa może wywołać w przekroju zamykającym hydrogramy odpływu, różniące się znacznie wysokością i czasem wystąpienia przepływu kulminacyjnego. Proponowana w tych warunkach struktura modelu odpływu o parametrach dyskretnie rozłożonych musi być dostosowana z jednej strony do aktualnych potrzeb związanych z jego zastosowaniem, a z drugiej do dostępnej informacji hydrometeorologicznej (Więzik 1981).

Przy zastosowaniu matematycznych modeli o parametrach skupionych do transformacji opadu efektywnego w odpływ powierzchniowy w zlewniach niekontrolowanych należy kierować się następującymi zasadami:

1. Granice zlewni cząstkowych powinny być wyznaczone w oparciu o mapy topograficzne w odpowiedniej skali.
2. W przypadku zastosowania modelu do określenia zasięgu stref zagrożenia powodziowego, lokalizacja przekrojów obliczeniowych, tym samym dekompozycja zlewni po-

winna wynikać z potrzeb budowy modelu hydraulicznego transformacji fali w korycie rzeki.

3. Zlewnie cząstkowe powinny być miarą możliwości homogeniczne pod względem użytkowania i cech fizycznogeograficznych oraz rozkładu przestrzennego opadu (Hingary i in. 2014).

1. Opad efektywny

Opadem efektywnym nazywamy tę część średniego opadu całkowitego, która poprzez spływ powierzchniowy i podpowierzchniowy kształtuje hydrogram odpływu bezpośredniego.

Spośród szeregu metod wyznaczania opadu efektywnego jedną z najczęściej stosowanych jest metoda SCS (*Soil Conservation Service*) (SCS 1972, SCS 1986, ASCE 2009, Ozgazielińska, Brzeziński 1994, Byczkowski 1999) opracowana przez Służbę Ochrony Gleb w USA. W metodzie tej opad efektywny uzależnia się od grupy gleb, sposobu użytkowania terenu zlewni oraz od uwilgotnienia zlewni przed wystąpieniem badanego opadu. Wszystkie te czynniki ujmuje bezwymiarowy parametr CN , przyjmujący wartości z przedziału $(0, 100]$. Parametr ten jest związany z maksymalną potencjalną retencją S zlewni zależnością:

$$S = 25,4 \left(\frac{1000}{CN} - 10 \right) \quad (6.1)$$

gdzie:

CN – parametr (numer krzywej) rozdziału opadu średniego całkowitego na opad efektywny i straty.

Opad efektywny oblicza się ze wzoru:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \sum_{i=1}^t H_i = 0 & \text{gdy } \left(\sum_{i=1}^t P_i - 0,2S \right) \leq 0 \\ \sum_{i=1}^t H_i = \frac{\left(\sum_{i=1}^t P_i - 0,2S \right)^2}{\sum_{i=1}^t P_i + 0,8S} & \text{gdy } \left(\sum_{i=1}^t P_i - 0,2S \right) > 0 \end{array} \right. \quad (6.2)$$

gdzie: $\sum_{i=1}^t H_i$ - wysokość opadu efektywnego, mm,

$\sum_{i=1}^t P_i$ - wysokość opadu średniego w zlewni, mm,

t - czas trwania opady, h ($t = 1, 2, 3, \dots$).

Ze wzoru (6.2) należy obliczyć opad efektywny, jako część opadu całkowitego, przy określonej wartości parametru CN , który określa się z tabeli C.1 (załącznik C) w zależności od rodzaju użytkowania powierzchni zlewni, przyjętej grupy glebowej oraz warunków uwilgotnienia zlewni w chwili wystąpienia opadu. W tabeli C.1 zestawiono wartości parametru CN dla przeciętnych warunków wilgotnościowych.

W metodzie *SCS* gleby podzielono na cztery grupy w zależności od możliwości powstawania odpływu powierzchniowego. Do poszczególnych grup zaliczono:

- A - Gleby o małej możliwości powstania odpływu powierzchniowego. Charakteryzują się one dobrą przepuszczalnością, dużymi współczynnikami filtracji ($k > 7,6$ mm/h). Do grupy tej zaliczyć można głębokie piaski, piaski z niewielką domieszką gliny, żwiry, głębokie lessy.
- B - Gleby o przepuszczalności powyżej średniej, średni współczynnik filtracji ($3,8 < k \leq 7,6$ mm/h). Należą do tej grupy gleby piaszczyste średnio głębokie, płytkie lessy oraz ły piaszczyste.
- C - Gleby o przepuszczalności poniżej średniej ($1,3 < k \leq 3,8$ mm/h). Należą do niej gleby uwarstwione, posiadające wkładki słabo przepuszczalne oraz ły gliniaste, płytkie ły piaszczyste, gleby o niskiej zawartości części organicznych, gliny o dużej zawartości części ilastych.
- D - Gleby o dużej możliwości powstawania odpływu powierzchniowego o przepuszczalności bardzo małej i bardzo niskim współczynniku filtracji ($k \leq 1,3$ mm/h). Do grupy tej należą gleby gliniaste, gliny pylaste, gliny zasolone, gleby uwarstwione z warstewkami nieprzepuszczalnymi.

Obszarową zmienność: użytkowania powierzchni zlewni, rodzaju gleb, sposobu uprawy i warunków hydrologicznych uwzględnia się w wartości CN , obliczając ją jako wartość średnią ważoną ze wzoru:

$$CN = CN_{sr} = \frac{1}{A} \sum_{j=1}^m CN_j A_j \quad (6.3)$$

gdzie:

CN_{sr} – średnia wartość parametru CN ,

CN_j – wartość parametru CN dla j -tej powierzchni jednorodnej charakterystyczna dla danego pokrycia zlewni, sposobu użytkowania i rodzaju gleb,

A_j – powierzchnia j -tej powierzchni jednorodnej, km^2 ,

A – powierzchnia zlewni, km^2 ,

m – liczba powierzchni jednorodnych.

Do opisu procesy transformacji opadu efektywnego w odpływ powierzchniowy w zlewniach niekontrolowanych wybrano liniowe modele o parametrach skupionych.

2. Model Snydera transformacji opadu w odpływ

W analizie systemów liniowych wykorzystuje się ogólny i dobrze opracowany aparat matematyczny. W małych zlewniach modele liniowe z dostatecznie dobrym przybliżeniem opisują rzeczywiste systemy hydrologiczne (Viessman, i In. 1972).

Model Snydera opiera się na koncepcji hydrogramu jednostkowego, którego podstawowymi parametrami są: czas wystąpienia kulminacji hydrogramu t_p i przepływ kulminacyjny q_p . Parametry modelu matematycznego są estymowane w oparciu o określone charakterystyki fizjograficzne zlewni.

1. Czas wystąpienia kulminacji hydrogramu jednostkowego t_p oblicza się ze wzoru:

$$t_p = t_L + \frac{t_D}{2} \quad (6.4)$$

gdzie:

t_L – czas opóźnienia odpływu, h, obliczany ze wzoru (6.5),

t_D – standardowy czas trwania opadu efektywnego, h, obliczany z równania (6.6).

2. Czas opóźnienia odpływu określa się z równania:

$$t_L = C_t (L \cdot L_c)^{0,3} \quad (6.5)$$

gdzie:

C_t – parametr modelu związany z retencją zlewni ($C_t = 1,35 - 1,65$),

L – odległość wzdłuż głównego cieką od działu wodnego do przekroju zamykającego, km,

L_c – odległość wzdłuż głównego cieką od punktu na cieką w pobliżu środka ciężkości zlewni do przekroju zamykającego, km.

W zlewniach wykazujących większe zdolności retencyjne, charakteryzujących się mniejszym spadkiem zlewni należy przyjmować większe wartości C_t z podanego przedziału. Parametr C_t w uzasadnionych przypadkach może przyjmować wartości wykraczające poza podany przedział. Możliwe jest również estymowanie wartości tego parametru, korzystając z danych ze zlewni kontrolowanej, o zbliżonej charakterystyce geomorfologicznej.

3. Standardowy czas trwania opadu efektywnego określa się z równania:

$$t_D = \frac{t_L}{5,5} \quad (6.6)$$

4. Przepływ kulminacyjny hydrogramu jednostkowego, $m^3/(s \cdot mm)$, oblicza się ze wzoru:

$$q_p = \frac{0,275C_p A}{t_L} \quad (6.7)$$

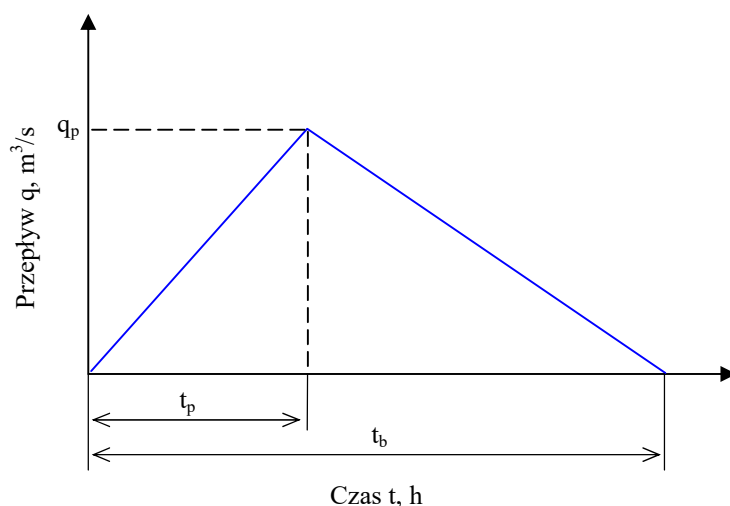
gdzie:

C_p – parametr modelu Snydera związany z retencją zlewni ($C_p = 0,4 - 0,8$),

A – powierzchnia zlewni, km^2 .

W zlewniach o większych zdolnościach retencyjnych parametr C_p przyjmuje wartości niższe z podanego przedziału. Wraz ze wzrostem C_t , parametr C_p ulega zmniejszeniu. Zalecane jest określenie wartości tego parametru w oparciu o analizę odpływu ze zlewni kontrolowanych położonej w podobnym regionie hydrograficznym.

Czas trwania hydrogramu jednostkowego określa się z równania bilansu masy. Objętość jednostkowego opadu średniego w zlewni musi być równa objętości hydrogramu odpływu jednostkowego w przekroju zamykającym zlewnię. Na rys. 6.1 przedstawiono typowy hydrogram jednostkowy, obliczony modelem Snydera.



Rys. 6.1. Typowy hydrogram jednostkowy modelu Snydera

Jeżeli czas dyskretyzacji opadu efektywnego Δt jest różny od obliczonego czasu standardowego t_D należy określić:

5. Zmodyfikowany czas opóźnienia i czas wystąpienia kulminacji:

$$t_{LR} = t_L + 0,25 (\Delta t - t_D) \quad (6.8)$$

$$t_{pR} = t_{LR} + \frac{\Delta t}{2} \quad (6.9)$$

6. Zmodyfikowaną wysokość kulminacji ze wzoru:

$$q_{pR} = q_p \frac{t_L}{t_{LR}} \quad (6.10)$$

7. Czas trwania hydrogramu jednostkowego:

$$t_b = 0,556 \frac{A}{q_{pR}} \quad (6.11)$$

8. Stosując zasadę superpozycji, rzędne hydrogramu hipotetycznego Q_t oblicza się ze wzoru:

$$Q_t = \sum_{i=1}^t h_i \cdot H_{t-i+1} \quad t = 1, 2, \dots, n \quad (6.12)$$

gdzie:

h_i – rzędna hydrogramu jednostkowego w przedziale $((t-1) \cdot \Delta t, t \cdot \Delta t)$ o kulminacji q_{pR} i czasie wystąpienia kulminacji t_{pR} , $m^3/(s \cdot mm)$,

H_t – wysokość opadu efektywnego w przedziale $t \cdot \Delta t$, mm,

n – czas trwania hydrogramu odpływu, $h/\Delta t$.

Przykład 6.1 Obliczyć rzędne hydrogramu hipotetycznego w przekroju zapory projektowanego zbiornika retencyjnego Międzyrzecze na rzece Jasionicy, o kulminacji równej przepływowi maksymalnemu rocznemu o prawdopodobieństwie przewyższenia $p = 1\%$.

1. Wyznaczyć na mapie topograficznej w skali 1:25000 granicę zlewni rzeki Jasionicy do przekroju zapory i określić jej powierzchnię: $A = 45,3 \text{ km}^2$.
2. Maksymalny opad dobowy H_1 w zlewni o prawdopodobieństwie przewyższenia 1% obliczony zgodnie z metodyką przedstawioną w rozdziale II wynosi: $H_1 = 130 \text{ mm}$.
3. Obliczyć przepływ maksymalny roczny o określonym prawdopodobieństwie przewyższenia. Stosując formułę opadową, odpowiednią dla zlewni niezurbanizowanej o powierzchni mniejszej od 50 km^2 , obliczono przepływ maksymalny roczny o prawdopodobieństwie przewyższenia $p = 1\%$, $Q_{max,1\%} = 74,0 \text{ m}^3/\text{s}$.
4. Obliczyć stosując rozkład beta, współczynniki y_t rozdziału dobowej sumy opadu na przedziały obliczeniowe ($\Delta t = 1 \text{ h}$). Stosując procedurę optymalizacyjną określono wartości parametrów r i s rozkładu beta (2.1). Kryterium optymalizacji zakłada zgodność obliczonego przepływu maksymalnego rocznego $Q_{max,1\%} = 74,0 \text{ m}^3/\text{s}$ z przepływem maksymalnym fali hipotetycznej Q_t obliczonej wzorem (2.6). Jeżeli przepływ kulminacyjny fali Q_p będzie różny od $74,0 \text{ m}^3/\text{s}$ o więcej niż 5%, obliczenia należy powtórzyć od pkt. 4. przyjmując inne parametry r i s . Wyniki przedstawiono w tabeli 6.1.

5. Obliczyć wysokość opadu średniego w zlewni w przedziałach godzinowych stosując rozkład beta. Wyniki obliczeń zestawiono w tabeli 6.1.
6. Obliczyć parametr CN metody SCS opadu efektywnego. Biorąc pod uwagę pokrycie terenu i występujące w zlewni Jasienicy grupy gleb, obliczono średnią wartość parametru $CN = 81,5$.
7. Obliczyć maksymalną retencję zlewni: $S = 57,66$ mm.
8. Obliczyć hietogram opadu efektywnego H_t przy przeciętnym poziomie uwilgotnienia gruntu, określonego poprzez wysokości sumy opadów uprzednich. Obliczony opad efektywny przedstawiono w tabeli 6.1 oraz pokazano na rys. 6.2.
9. Obliczyć parametry hydrogramu jednostkowego Snydera:

- czas opóźnienia:

$$t_L = C_t (L \cdot L_c)^{0,3} = 1,65 (14,9 \cdot 7,0)^{0,3} = 6,65 \text{ h}$$

- standardowy czas trwania opadu efektywnego:

$$t_D = \frac{t_L}{5,5} = \frac{6,65}{5,5} = 1,21 \text{ h}$$

- czas wystąpienia kulminacji hydrogramu jednostkowego:

$$t_p = t_L + \frac{t_D}{2} = 6,65 + \frac{1,21}{2} = 7,26 \text{ h}$$

- przepływ kulminacyjny hydrogramu jednostkowego:

$$q_p = \frac{0,275 \cdot C_p \cdot A}{t_L} = \frac{0,275 \cdot 0,565 \cdot 45,3}{6,65} = 1,06 \text{ m}^3/(\text{s} \cdot \text{mm})$$

Ponieważ standardowy czas opadu efektywnego t_D jest różny od przyjętego czasu dyskretyzacji $\Delta t = 1$ h należy obliczyć zmodyfikowane wartości:

- czasu opóźnienia:

$$t_{L_R} = t_L + 0,25(\Delta t - t_D) = 6,65 + 0,25(1,0 - 1,21) = 6,60 \text{ h}$$

- czasu wystąpienia kulminacji hydrogramu jednostkowego:

$$t_{p_R} = t_{L_R} + \frac{\Delta t}{2} = 6,60 + \frac{1,0}{2} = 7,0 \text{ h}$$

- przepływu kulminacyjnego hydrogramu jednostkowego:

$$q_{p_R} = q_p \frac{t_L}{t_{L_R}} = 1,06 \frac{6,65}{6,60} = 1,07 \text{ m}^3/(\text{s} \cdot \text{mm})$$

- czas trwania hydrogramu jednostkowego:

$$t_b = 0,556 \frac{A}{q_{p_R}} = 0,556 \frac{45,3}{1,07} = 23,0 \text{ h}$$

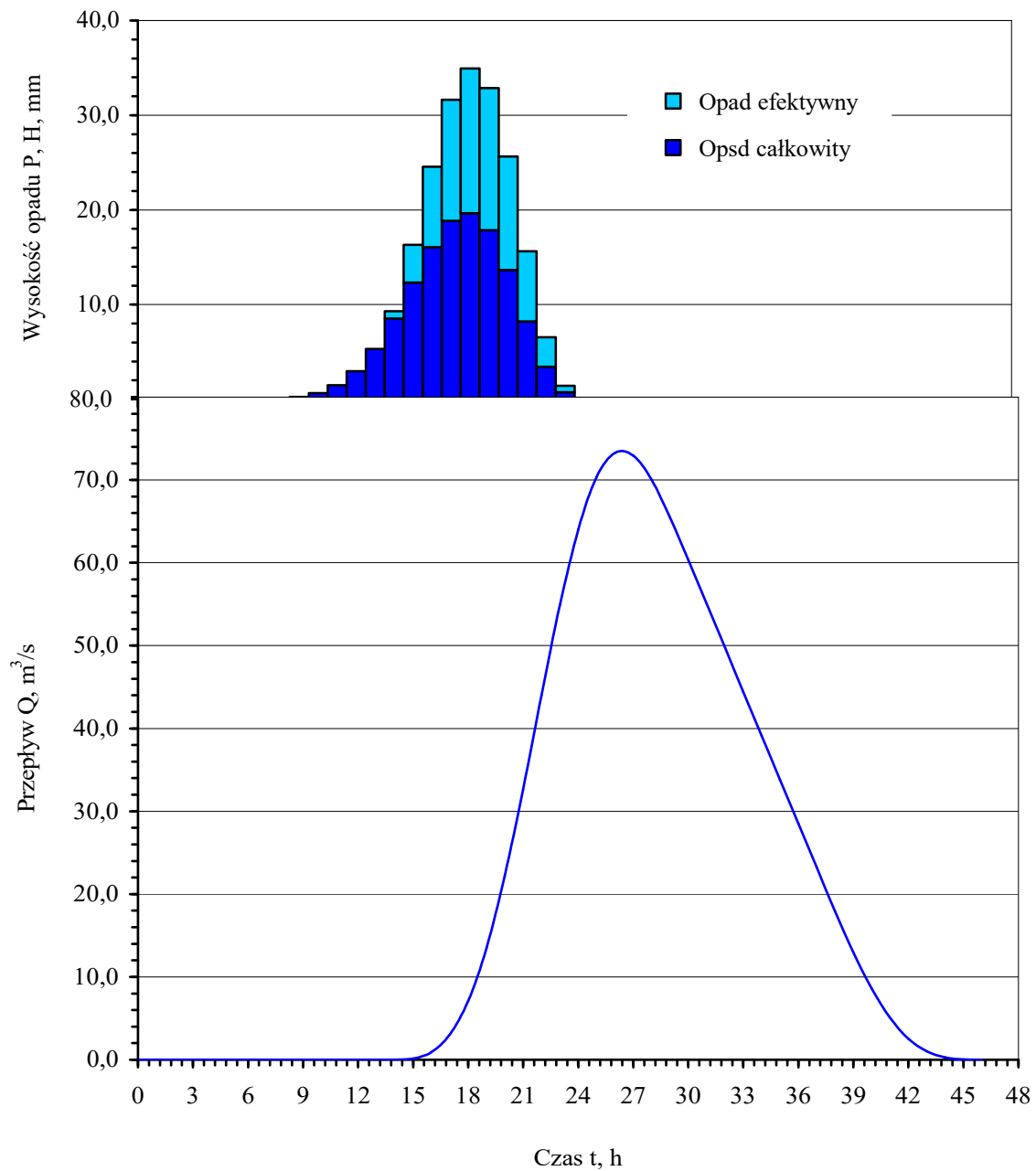
10. Obliczyć hydrogram hipotetyczny w przekroju zapory zbiornika retencyjnego na rzece Jasionicy dla opadu dobowego o prawdopodobieństwie przewyższenia $p = 1\%$.

Wyniki obliczeń zestawiono w tabeli 6.1 oraz pokazano na rys. 6.2.

Tabela 6.1. Hydrogram hipotetyczny w przekroju zapory zbiornika retencyjnego na Jasionicy

Czas t, h	Współczynnik rozdziału opadu dobowego y_i	Opad całkowity P_t, mm	Opad efektywny H_t, mm	Przepływ $Q_t, m^3/s$
0	0,0000	0,0	0,0	0,0
1	0,0000	0,0	0,0	0,00
2	0,0000	0,0	0,0	0,00
3	0,0000	0,0	0,0	0,00
4	0,0000	0,0	0,0	0,00
5	0,0000	0,0	0,0	0,00
6	0,0000	0,0	0,0	0,00
7	0,0001	0,0	0,0	0,00
8	0,0006	0,1	0,0	0,00
9	0,0018	0,2	0,0	0,00
10	0,0049	0,6	0,0	0,00
11	0,0113	1,5	0,0	0,00
12	0,0228	3,0	0,0	0,00
13	0,0408	5,3	0,0	0,00
14	0,0655	8,5	0,8	0,00
15	0,0947	12,3	4,0	0,14
16	0,1236	16,1	8,5	0,92
17	0,1449	18,8	12,8	3,04
18	0,1511	19,6	15,3	7,11
19	0,1373	17,9	15,0	13,52
20	0,1050	13,7	12,0	22,18
21	0,0633	8,2	7,4	32,65
22	0,0264	3,4	3,1	44,02
23	0,0056	0,7	0,7	54,93
24	0,0002	0,0	0,0	64,03
25				70,31
26				73,24
27				72,92
28				70,02
29				65,53
30				60,37
31				55,06
32				49,75
33				44,44
34				39,13
35				33,81
36				28,50
37				23,19
38				17,94

39				12,97
40				8,59
41				5,06
42				2,55
43				1,03
44				0,30
45				0,05
46				0,00



Rys. 6.2. Hipotetyczny hydrogram odpływu w przekroju zapory zbiornika retencyjnego na Jasionicy

3. Model Nasha transformacji opadu w odpływ

3.1. Zlewnia niezurbanizowana

Do transformacji opadu efektywnego w odpływ bezpośredni w niekontrolowanej zlewni quasi-naturalnej (o stopniu uszczelnienia $< 5\%$) można, jako alternatywę do modelu Snydera, zastosować liniowy model Nasha (Nash 1957).

3.1.1. Chwilowy hydrogram jednostkowy

Model Nasha bazuje na chwilowym hydrogramie jednostkowym, który jest reakcją zlewni na jednostkowy chwilowy opad efektywny, Chwilowy hydrogram jednostkowy IUH (*Instantaneous Unit Hydrograph*), jest w tym przypadku opisany dwuparametrową funkcją gamma w postaci:

$$u(t) = \frac{1}{k \cdot \Gamma(N)} \cdot \left(\frac{t}{k}\right)^{N-1} \exp\left(-\frac{t}{k}\right) \quad (6.13)$$

gdzie:

$u(t)$ – rzędne chwilowego hydrogramu jednostkowego, h^{-1} ,

t – czas od początku hydrogramu, h,

k – parametr retencji zbiornika, h,

N – liczba zbiorników,

$\Gamma(N)$ – funkcja gamma Eulera.

Podstawowe wielkości hydrogramu jednostkowego (*IUH*): przepływ kulminacyjny hydrogramu u_p , czas osiągnięcia kulminacji t_p i czas opóźnienia odpływu LAG, związane są z parametrami modelu N i k ,

1. Czas wystąpienia kulminacji hydrogramu jednostkowego wyraża zależność:

$$t_p = (N - 1) \cdot k \quad (6.14)$$

2. Czas opóźnienia odpływu oblicza się ze wzoru:

$$LAG = N \cdot k \quad (6.15)$$

3. Przepływ kulminacyjny hydrogramu jednostkowego jest określona równaniem:

$$u_p = \frac{1}{k \cdot \Gamma(N)} \cdot \frac{(N - 1)^{N-1}}{\exp(N - 1)} \quad (6.16)$$

3.1.2. Estymacja parametrów chwilowego hydrogramu jednostkowego w zlewni naturalnej

Ponieważ model Nasha stosowany jest w tym przypadku do transformacji opadu w odpływ w niekontrolowanej zlewni quasi-naturalnej, charakterystyki IUH należy estymować w oparciu o metodę Lutza (Banasik i in, 2000),

Model ten zaleca się stosować dla zlewni o powierzchni maksymalnej do 236 km² i przy zabudowie względnie równomiernie rozłożonej w zlewni. Charakterystyki IUH określa się w oparciu o:

1. Czas do wystąpienia kulminacji hydrogramu jednostkowego:

$$t_p = P_1 \left(\frac{L \cdot L_c}{J_g^{1,5}} \right)^{0,26} \exp(-0,016 U) \cdot \exp(0,004 W) \quad (6.17)$$

gdzie:

P_1 – parametr zależny od szorstkości koryta głównego obliczony ze wzoru (6.18),

L – długość mierzona wzdłuż głównego cieką od przekroju obliczeniowego do wododziału w km,

L_c – długość mierzona wzdłuż głównego cieką od przekroju obliczeniowego do przekroju w punkcie cieką położonego najbliższej geometrycznego środka ciężkości zlewni w km,

J_g – uśredniony spadek cieką głównego, wyznaczony jako spadek prostej, wychodzącej z najniższego punktu profilu podłużnego cieką, przy którym powierzchnie ograniczone tą prostą i linią terenu, położone poniżej i powyżej tej prostej, są sobie równe),

U – udział terenów zurbanizowanych w zlewni w %,

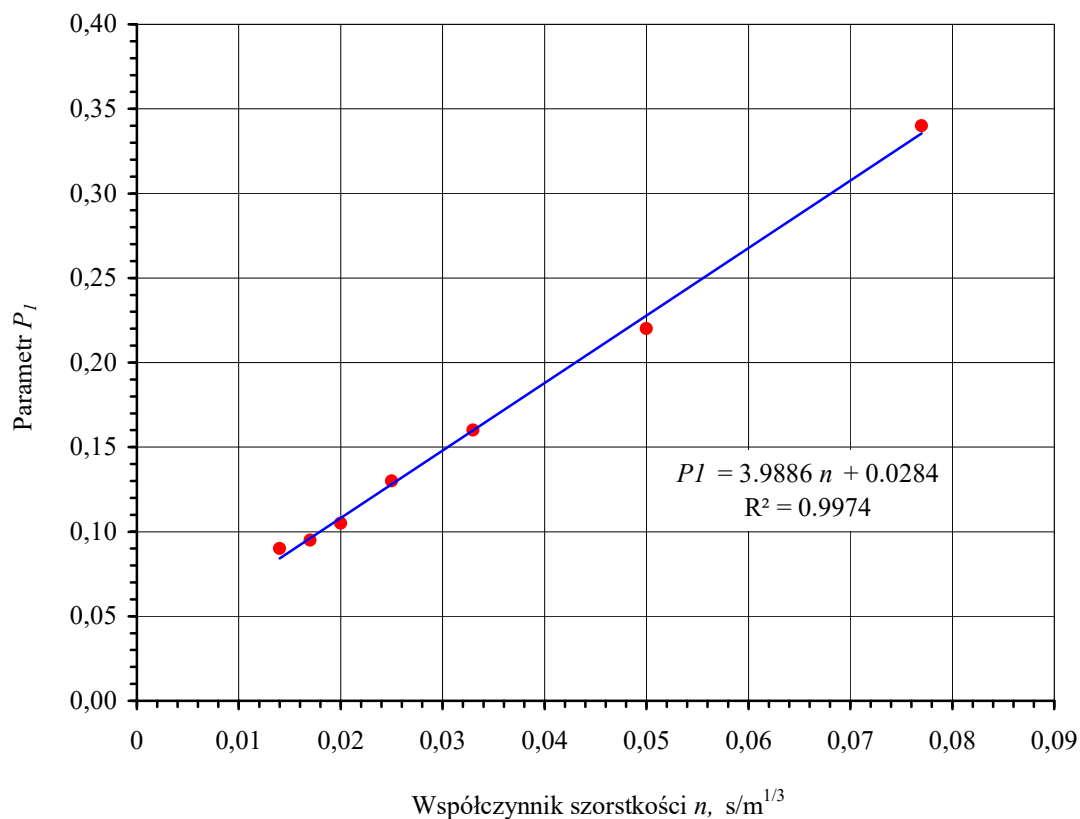
W – udział powierzchni leśnych w zlewni w %.

$$P_1 = 3,989 n - 0,028 \quad (6.18)$$

gdzie:

n – współczynnik szorstkości Manninga,

Zależność pomiędzy współczynnikiem P_1 , a współczynnikiem szorstkości pokazano na rys. 6.3.



Rys. 6.3. Wartości parametru P_I w zależności od szorstkości koryta głównego cieków (zmodyfikowany za: Lutz 1984)

2. Maksymalną rzędą hydrogramu jednostkowego:

$$u_p = 0,66 \frac{1}{t_p^{1,04}} \quad \text{dla } \Delta t \rightarrow 0 \quad (6.19)$$

3. Na podstawie obliczonych charakterystyk t_p i u_p można wyznaczyć parametry IUH:

$$f(N) = t_p \cdot u_p \quad (6.20)$$

$$k = \frac{t_p}{N-1} \quad (6.21)$$

Parametr N należy odczytać z tabeli C.2 (załącznik C) w zależności od obliczonego $f(N)$.

3.1.3. Wyznaczenie hydrogramu jednostkowego z chwilowego hydrogramu jednostkowego

Rzędne hydrogramu jednostkowego h_i , wywołanego jednostkowym opadem efektywnym o wysokości 1 mm i czasie trwania Δt , w zlewni o powierzchni A , określa się na podstawie rzędnych chwilowego hydrogramu jednostkowego z zależności:

$$h_i = \frac{A}{3,6} \cdot \bar{u}_i = \frac{A}{3,6 \Delta t} \cdot \int_{t-\Delta t}^t u(\tau) d\tau \quad \text{dla } t = \Delta t \cdot i; \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (6.22)$$

gdzie:

h_i – rzędne hydrogramu jednostkowego, $m^3/(s \cdot mm)$,

A – powierzchnia zlewni, km^2 ,

m – liczba rzędnych hydrogramu jednostkowego,

\bar{u}_i – rzędne uśrednionego hydrogramu jednostkowego w 1/h oblicza się ze wzoru:

$$\bar{u}_i = \frac{1}{\Delta t} \cdot \int_{t-\Delta t}^t u(\tau) d\tau \quad \text{dla } t = \Delta t \cdot i; \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (6.23)$$

Korzystając z funkcji ROZKŁAD.GAMMA() arkusza kalkulacyjnego Excel można wartości (6.23) obliczyć z zależności:

$$\bar{u}_i = \frac{1}{\Delta t} \cdot [\text{ROZKŁAD.GAMMA}(t; N; k; 1) - \text{ROZKŁAD.GAMMA}(t - \Delta t; N; k; 1)]$$

Przykład 6.2. Obliczyć rzędne hydrogramu hipotetycznego w km 3+450 potoku Niedźwiadka dla przepływu kulminacyjnego odpowiadającego przepływowi maksymalnemu rocznemu o prawdopodobieństwie przewyższenia $p = 1\%$,

1. Wyznaczyć granicę zlewni potoku Niedźwiadka do przekroju obliczeniowego w km 3+450. Powierzchnię zlewni wynosi $A = 7,2 \text{ km}^2$.
2. Określić maksymalny opad dobowy H_1 w zlewni o prawdopodobieństwie przewyższenia 1% stosując metodykę przedstawioną w rozdziale II.
3. Obliczyć współczynniki y_t rozdziału dobowej sumy opadu na przedziały obliczeniowe ($\Delta t = 1h$).
4. Obliczyć wysokość opadu w przedziałach godzinowych P_t . Wyniki obliczeń zestawiono w tabeli 6.2.
5. Obliczyć parametr CN metody SCS opadu efektywnego, Biorąc pod uwagę pokrycie terenu i występujące w zlewni Niedźwiadki grupy gleb, Obliczona średnią wartość parametru wynosi $CN = 79,4$, dla którego maksymalna retencje zlewni jest równa $S = 68,9 \text{ mm}$.
6. Obliczyć histogram opadu efektywnego H_t , przy średniej wilgotności gruntu. Obliczony opad efektywny przedstawiono w tabeli 6.2.
7. Określić parametry modelu Lutza: szorstkość koryta głównego: $n = 0,025 \text{ s} \cdot m^{-1/3}$, $L = 4,3 \text{ km}$, $L_c = 2,7 \text{ km}$, $J_g = 0,03$, $U = 0\%$, $W = 33,6\%$.
Dla współczynnika szorstkości $n = 0,025 \text{ s} \cdot m^{-1/3}$ obliczono wartość parametru $P_1 = 0,128$.
8. Obliczyć czas wystąpienia kulminacji hydrogramu jednostkowego:

$$t_p = P_1 \left(\frac{L \cdot L_c}{J_g^{1,5}} \right)^{0,26} \exp(-0,016 U) \cdot \exp(0,004 W) =$$

$$0,128 \left(\frac{4,3 \cdot 2,7}{0,03^{1,5}} \right)^{0,26} \exp(-0,016 \cdot 0) \cdot \exp(0,004 \cdot 33,6) = 1,09 \text{ h}$$

9. Obliczyć maksymalną rzędną hydrogramu jednostkowego:

Ponieważ obliczenia prowadzono dla $\Delta t = 1$ h, maksymalną rzędną UH określono z przekształconego równania (6.19).

$$u_p = 0,464 \frac{1}{t_p^{0,824}} = 0,464 \frac{1}{1,09^{0,824}} = 0,433 \text{ h}^{-1}$$

10. Wyznaczyć parametry N i k modelu Nasha:

$$f(N) = t_p \cdot u_p = 1,09 \cdot 0,433 = 0,471$$

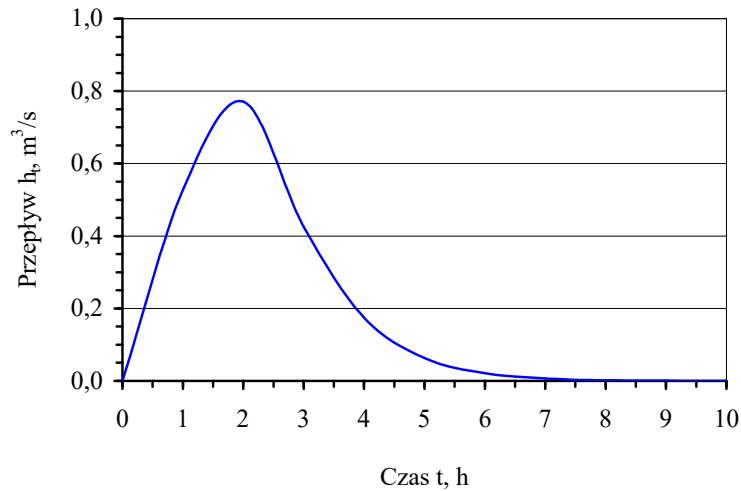
Z tabeli C.2 (załącznik C) dla $f(N) = 0,471$ odczytano wartość parametru $N = 2,55$.

$$k = \frac{t_p}{N-1} = \frac{1,09}{2,55-1} = 0,70 \text{ h}$$

11. Wyznaczyć rzędne hydrogramu jednostkowego. Wyniki obliczeń zestawiono w tabeli 6.2 i pokazano na rys 6.4.

Tabela 6.2. Rzędne chwilowego hydrogramu jednostkowego i hydrogramu jednostkowego

Czas t , h	Chwilowy hydrogramu jednostkowy u_t , 1/h	Rzędne hydrogramu jednostkowego h_t , m ³ /s
0	0,000	0,000
1	0,431	0,528
2	0,303	0,771
3	0,137	0,425
4	0,051	0,175
5	0,017	0,063
6	0,006	0,021
7	0,002	0,007
8	0,001	0,002
9	0,000	0,001
10	0,000	0,000

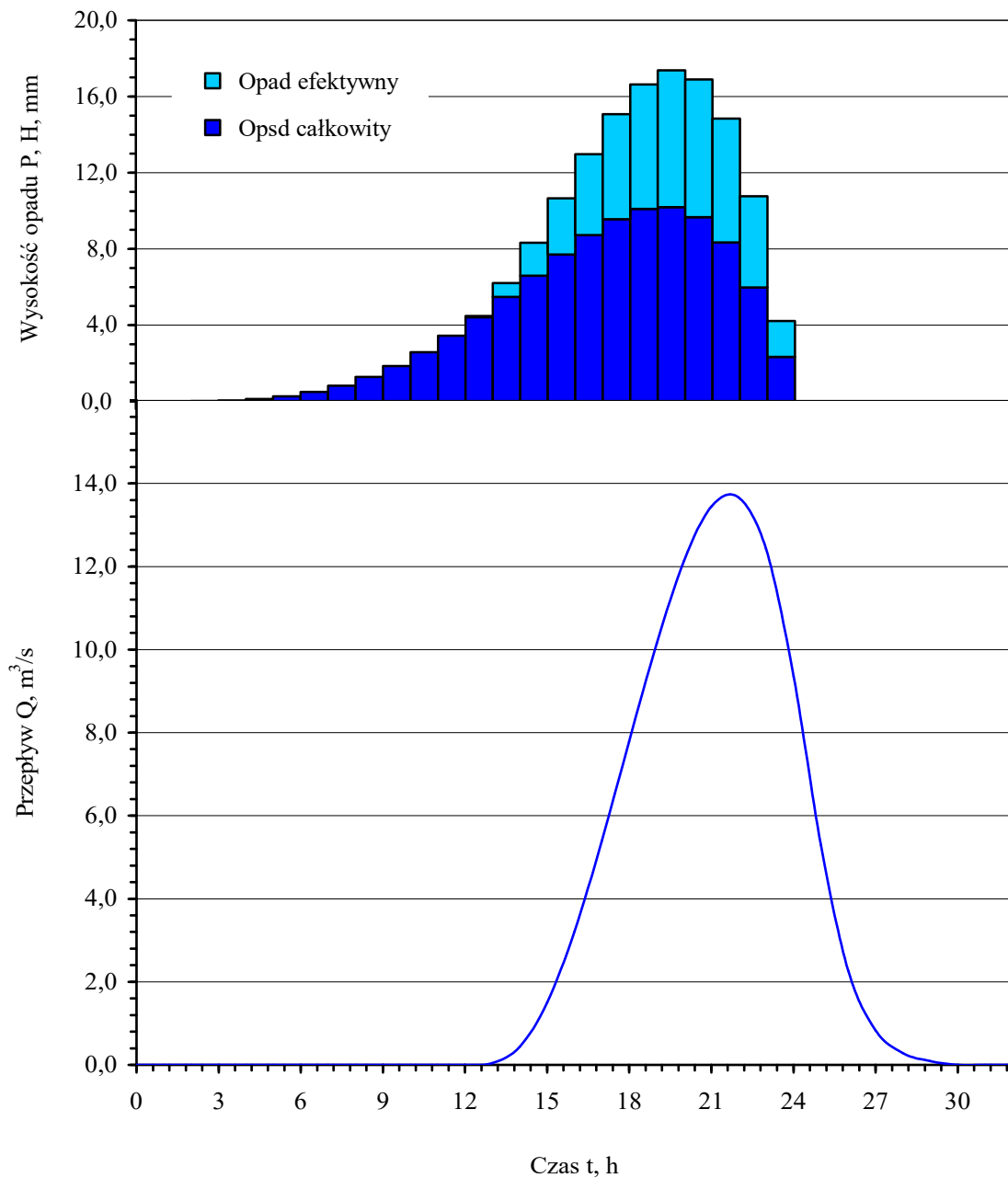


Rys. 6.4. Hydrogram jednostkowy odpływu ze zlewni rzeki Niedźwiadka

Hipotetyczny hydrogram odpływu ze zlewni Niedźwiadki w km 3+450 przedstawiono w tabeli 6.3 i pokazano na rys. 6.5.

Tabela 6.3. Hydrogram hipotetyczny potoku Niedźwiadka

Czas t , h	Opad całkowity P , mm/h	Opad efektywny H , mm/h	Przeływ Q , m ³ /s
0	0,00	0,00	0,00
1	0,00	0,00	0,00
2	0,00	0,00	0,00
3	0,01	0,00	0,00
4	0,05	0,00	0,00
5	0,13	0,00	0,00
6	0,27	0,00	0,00
7	0,49	0,00	0,00
8	0,82	0,00	0,00
9	1,28	0,00	0,00
10	1,86	0,00	0,00
11	2,58	0,00	0,00
12	3,44	0,00	0,00
13	4,41	0,07	0,04
14	5,48	0,73	0,44
15	6,59	1,73	1,50
16	7,70	2,95	3,21
17	8,72	4,25	5,39
18	9,56	5,51	7,79
19	10,10	6,54	10,15
20	10,19	7,18	12,14
21	9,67	7,23	13,44
22	8,34	6,50	13,66
23	5,98	4,79	12,43
24	2,33	1,89	9,35
25			5,29
26			2,27
27			0,83
28			0,28
29			0,09



Rys. 6.5. Hipotetyczny hydrogram odpływu potoku Niedźwiadka w km 3+450

3.2. Zlewnia zurbanizowana

W małych zlewniach zurbanizowanych, w których tereny nieprzepuszczalne stanowią więcej niż 5% powierzchni, czynnikiem wywołującym duże wezbrania są głównie opady krótkotrwałe o dużym natężeniu. Do obliczenia przepływów maksymalnych rocznych o określonym prawdopodobieństwie przewyższenia w takich zlewniach należy wykorzystać matematyczny model transformacji opadu w odpływ.

Metodyka obejmuje kilka etapów (Banasik i in. 2000, Banasik 2009):

- a. Obliczenie opadu średniego w zlewni o określonym prawdopodobieństwie przewyższenia i czasie trwania.
- b. Obliczenia wysokości opadu efektywnego w zlewni.
- c. Identyfikacji matematycznego modelu odpływu ze zlewni.
- d. Estymacja parametrów modelu.
- e. Obliczenie hydrogramu odpływu bezpośredniego.
- f. Obliczenie krzywej przepływów maksymalnych rocznych o określonym prawdopodobieństwie przewyższenia.

Metodyka obliczenia hydrogramu wezbrania o zadanym prawdopodobieństwie, oparta jest na założeniu o równości prawdopodobieństwa wystąpienia deszczu i wywołanego nim wezbrania.

Podstawowymi charakterystykami deszczu, rozważanymi przy stosowaniu modeli opad - odpływ do wyznaczania przepływów maksymalnych rocznych są:

- a. Prawdopodobieństwo przewyższenia deszczu o zadanej wysokości/natężeniu.
- b. Czas trwania deszczu.
- c. Natężenie średnie opadu.
- d. Zmienność natężenia deszczu w czasie jego trwania.
- e. Zmienność obszarowa sumy deszczu.

Na wartość kulminacji odpływu oprócz wymienionych charakterystyk czasowo-przestrzennych deszczu i powierzchni zlewni mają wpływ również: czasowy rozdział opadu na część tworzącą odpływ bezpośredni (opad efektywny) i pozostałą część (straty), współczynnik odpływu, oraz kształt hydrogramu jednostkowego transformującego opad efektywny w odpływ bezpośredni.

3.2.1. Wysokość opadu przyjmowana do modelu

1. Średnie natężenie i wysokość (suma) opadu.

Natężenie i wysokość opadu obliczeniowego (deszczu o zadanym prawdopodobieństwie przewyższenia i czasie trwania takim, przy którym występuje największe wezbranie) mogą być określone zgodnie z metodyką przedstawioną w rozdziale II.

2. Wyznaczenie opadów ze wzorów IMGW.

W końcu lat 90. ubiegłego wieku opracowano w IMGW (Bogdanowicz, Stachy 1998), na podstawie stosunkowo bogatego materiału pomiarowego (danych pluwiograficznych z 20 stacji meteorologicznych z okresu 1960-1990) system zależności umożliwiających określenie maksymalnej sumy opadu P_{pD} w czasie D o prawdopodobieństwie przewyższenia p

($p \in (0,1]$). Dla wyodrębnionych regionów Polski (nie obejmujących jednak Karpat i Sude-
tów) maksymalną sumę opadu oblicza się ze wzoru:

$$P_{p,D} = \varepsilon(D) + \alpha(R, D) \cdot (-\ln p)^{0,584} \quad (6.24)$$

gdzie:

$P_{p,D}$ – maksymalna suma opadu, mm

R – region opadowy,

p – prawdopodobieństwo przewyższenia maksymalnej sumy opadu $P_{p,D}$,

D – czas trwania opadu, min,

$\varepsilon(D)$ – parametr położenia (dolne ograniczenie), mm,

$\alpha(R, D)$ – parametr skali, określany dla regionów ze wzorów zapisanych w tabeli C2
(załącznik C).

Parametr położenia oblicza się ze wzoru:

$$\varepsilon(D) = 1,42 \cdot D^{0,33} \quad (6.25)$$

Dla zlewni górskich, w których nie obowiązuje równanie (6.23) opady o zadanym cza-
sie trwania i prawdopodobieństwie przewyższenia należy obliczyć zgodnie z metodyką przed-
stawioną w rozdziale II.

Przykład 6.3. Obliczyć wysokość opadu maksymalnego o czasie trwania $D = 5$ min i praw-
dopodobieństwie przewyższenia $p = 10\%$ w Deszcznie k/Gorzowa Wielkopolskiego.

1. Określić przynależności punktu do regionów opadów maksymalnych wydzielonych dla
czasu $D = 5$ min.

Na podstawie mapy M.2 (załącznik M) stwierdzono, że Deszczno znajduje się w regionie
północno-zachodnim.

2. Obliczyć wartość parametru ε rozkładu ze wzoru odpowiedniego dla danego czasu trwania
opadu w określonym rejonie opadowym:

$$\varepsilon = 1,42 D^{0,33} = 1,42 \cdot 5^{0,33} = 2,4 \text{ mm}$$

3. Obliczyć wartość parametru α dla czasu trwania deszczu $D = 5$ min i ustalonego regionu
opadowego:

$$\alpha = 3,92 \ln(D + 1) - 1,662 = 3,92 \ln(5 + 1) - 1,662 = 5,4 \text{ mm.}$$

3. Obliczyć wysokość opadu maksymalnego $P_{10,5}$:

$$P_{10,5} = \varepsilon(D) + \alpha(R, D) \cdot (-\ln p)^{0,584} = 2,4 + 5,4(-\ln(0,1))^{0,584} = 11,2 \text{ mm}$$

3.2.2. Krytyczny czas trwania deszczu

Krytycznym czasem trwania deszczu, D_{kr} , jest czas trwania opadu wywołującego największe wezbranie, w warunkach przyjętych charakterystyk opadu i własności zlewni.

Czas ten może przyjmować różną wartość w zlewni w zależności od zmienności natężenia deszczu w czasie. Dla warunków stałego w czasie natężenia opadu i współczynnika odpływu, za krytyczny czas trwania deszczu przyjmuje się czas koncentracji t_c , (czas w którym kropla wody dopłynie z najdalszego, pod względem hydraulicznym, punktu zlewni do przekroju obliczeniowego).

Czas koncentracji ma dla odpływu znaczenie tylko wówczas, jeśli jest on miarą czasu trwania deszczu wywołującego największe wezbranie. W wielu przypadkach stwierdzono, że czasy koncentracji obliczane z podanych w literaturze wzorów są znacznie zaniżone.

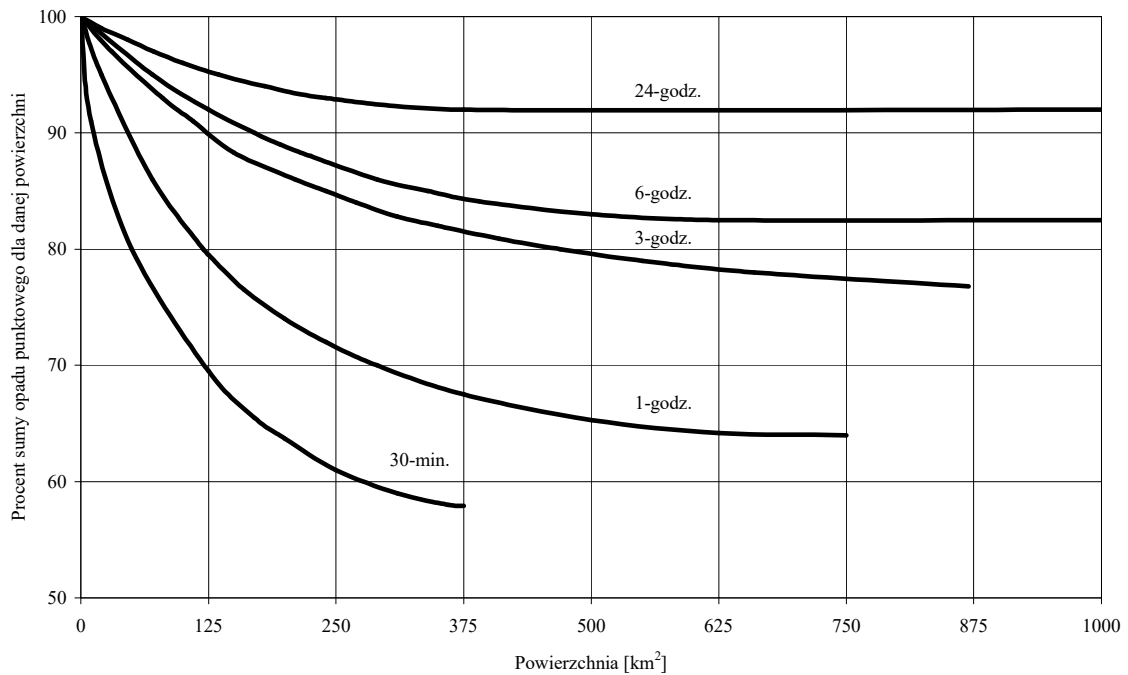
Według Niemieckiego Związku Gospodarki Wodnej i Melioracji DVWK (*Deutscher Verband für Wasserwirtschaft und Kulturbau*) (1984) krytyczny czas trwania deszczu zawarty jest w przedziale $t_c < D_{kr} < 2 t_c$.

3.2.3. Obszarowa zmienność opadu

W modelach o parametrach skupionych zwykle przyjmuje się równomierną wysokość opadu na obszarze zlewni; zarówno sumę jak i wysokość w poszczególnych przedziałach czasowych trwania opadu. Wysokości opadu wyznaczone z analizy danych punktowych (dla jednej stacji pluwiograficznej) przyjmować można jako reprezentatywne tylko dla bardzo małych zlewni, o powierzchni do ok. 10 km² (DVWK, 1984).

Dla większych zlewni, aby uzyskać opad obszarowy, wysokość opadu punktowego należy zredukować. Wielkość redukcji zależy od czasu trwania deszczu i od powierzchni zlewni. Współczynnik redukcji zwiększa się wraz ze wzrostem czasu trwania deszczu, oraz maleje wraz ze wzrostem powierzchni zlewni. Dla zlewni o powierzchni od 10 do 100 km², redukcja opadu punktowego nie przekracza 10% (DVWK, 1984).

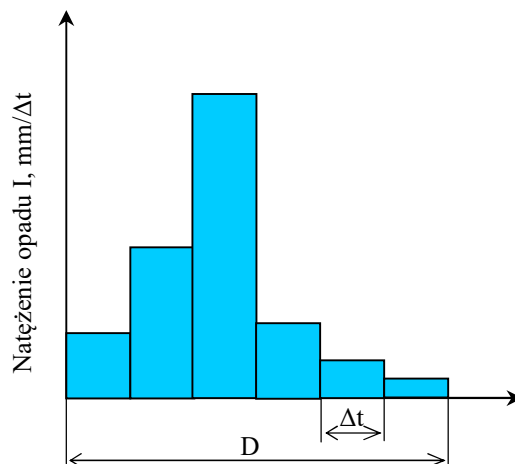
Przykładowe zależności redukcji opadu od czasu trwania i powierzchni zlewni przedstawiono na rys. 6.6. (Chow i in., 1988).



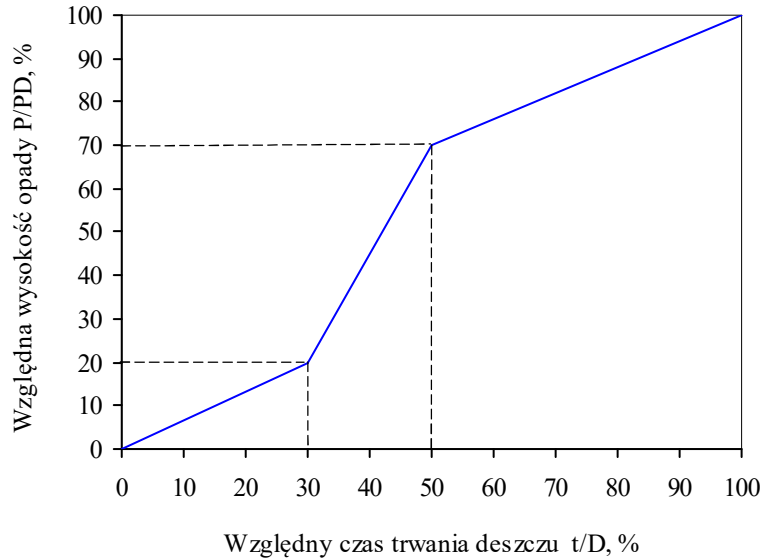
Rys. 6.6. Krzywe redukcyjne sumy opadu punktowego dla oszacowania opadu obszarowego, przy różnych czasach trwania deszczu

3.2.4. Czasowa zmienność (rozkład) natężenia deszczu

Zmienność czasowa natężenia deszczu, obok czasu trwania i sumy opadu, ma zasadniczy wpływ na wielkość wezbrania. Wg zaleceń DVWK (1984) jako rozkład intensywności deszczu miarodajnego przyjmować należy deszcz z maksymalną intensywnością w środku (rys. 6.7). Krzywą sumową tego rozkładu w układzie standaryzowanym pokazano na rys. 6.8.



Rys. 6.7. Rozkład intensywności deszczu miarodajnego w czasie



Rys. 6.8. Zalecany do obliczeń (DVWK 1984) rozkład sumy deszczu

Przez pierwsze 30 % czasu trwania opadu wystąpi 20% jego całkowitej wysokości. Po czasie równym połowie trwania opadu pojawi się 70%, a pozostałe 30% całkowitego opadu w drugiej połowie czasu trwania (rys. 6.8).

3.2.5. Transformacja opadu w odpływ

Ponieważ model Nasha stosowany jest w tym przypadku do transformacji opadu w odpływ w niekontrolowanej zlewni zurbanizowanej, parametry modelu są estymowane w oparciu o charakterystyki zlewni wpływające w istotny sposób na kształtowanie się wezbrań.

Zależności na wyznaczenie czasu opóźnienia odpływu i parametru retencji zbiornika, modelu chwilowego hydrogramu jednostkowego Nasha dla zlewni zurbanizowanych o powierzchni do 52 km², zaleca się stosować jedynie w przypadkach, gdy parametry takie nie zostały wyznaczone na podstawie miarodajnych pomiarów i analizy relacji opad-odpływ w rozpatrywanej zlewni.

1. Czas opóźnienia LAG odpływu oblicza się z zależności:

$$LAG = 1,28 \cdot A^{0,46} \cdot (1 + U)^{-1,66} \cdot H^{-0,27} \cdot D^{0,37} \quad (6.26)$$

gdzie:

k – parametr retencji zbiornika, h,

A – powierzchnia zlewni, km²,

U – udział powierzchni nieprzepuszczalnych w zlewni, bezwymiarowy,

H – wysokość opadu efektywnego, mm,

D – czas trwania opadu efektywnego, h.

2. Parametr retencji zbiornika k należy obliczyć ze wzoru:

$$k = 0,56 \cdot A^{0,39} \cdot (1 + U)^{-0,62} \cdot H^{-0,11} \cdot D^{0,22} \quad (6.27)$$

3. Parametr N (liczbę zbiorników) oblicza się ze wzoru:

$$N = \frac{LAG}{k} \quad (6.28)$$

3.2.6. Wyznaczenie hydrogramu jednostkowego z chwilowego hydrogramu jednostkowego

Rzędne hydrogramu jednostkowego h_i , wywołanego jednostkowym opadem efektywnym o wysokości 1 mm i czasie trwania Δt w h, w zlewni o powierzchni A w km^2 , wykorzystywane do transformacji opadu efektywnego w odpływ bezpośredni, określa się na podstawie rzędnych chwilowego hydrogramu jednostkowego z zależności:

$$h_i = \frac{A}{3,6} \cdot \bar{u}_i = \frac{A}{3,6 \Delta t} \cdot \int_{t-\Delta t}^t u(\tau) d\tau \quad \text{dla } t = \Delta t \cdot i; \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (6.29)$$

gdzie:

h_i – rzędne hydrogramu jednostkowego, $\text{m}^3/\text{s} \cdot \text{mm}$,

A – powierzchnia zlewni, km^2 ,

m – liczba rzędnych hydrogramu jednostkowego,

\bar{u}_i – rzędne uśrednionego hydrogramu jednostkowego w 1/h obliczone ze wzoru:

$$\bar{u}_i = \frac{1}{\Delta t} \cdot \int_{t-\Delta t}^t u(\tau) d\tau \quad \text{dla } t = \Delta t \cdot i; \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (6.30)$$

Korzystając z funkcji ROZKŁAD.GAMMA() arkusza kalkulacyjnego Excel można wartości określone wzorem (6.30) obliczyć z zależności:

$$\bar{u}_i = \frac{1}{\Delta t} \cdot [\text{ROZKŁAD.GAMMA}(t; N; k; 1) - \text{ROZKŁAD.GAMMA}(t - \Delta t; N; k; 1)]$$

Przykład 6.4. Obliczyć przepływy maksymalne roczne o zadanym prawdopodobieństwie przewyższenia Potoku Służewieckiego w przekroju mostowym w al. KEN.

Obliczone rzędne hydrogramu jednostkowego zestawiono w tabeli 6.3.

Tabela 6.3. Rzędne chwilowego hydrogramu jednostkowego i hydrogramu jednostkowego

Numer przedziału czasowy i	Czas, t , h	Rzędne uśrednione hydrogramu jednostkowego \bar{u}_i , 1/h	Rzędne hydrogramu jednostkowego h_i , m ³ /s·mm
0	0	0	0
1	0,5	0,058	0,570
2	1,0	0,141	1,371
3	1,5	0,182	1,772
4	2,0	0,196	1,911
5	2,5	0,194	1,887
6	3,0	0,181	1,769
7	3,5	0,164	1,602
8	4,0	0,145	1,415
9	4,5	0,126	1,227
10	5,0	0,108	1,050
11	5,5	0,091	0,887
12	6,0	0,076	0,743
13	6,5	0,063	0,618
14	7,0	0,052	0,510
15	7,5	0,043	0,419
16	8,0	0,035	0,342
17	8,5	0,029	0,278
18	9,0	0,023	0,225
19	9,5	0,019	0,182
20	10,0	0,015	0,147
21	10,5	0,012	0,118
22	11,0	0,010	0,094
23	11,5	0,008	0,075
24	12,0	0,006	0,060
25	12,5	0,005	0,048
26	13,0	0,004	0,038
27	13,5	0,003	0,030
28	14,0	0,002	0,024

8. Obliczyć hydrogram odpływu bezpośredniego Q_k , $k = 1, 2, \dots, m$ (gdzie m – liczba rzędnych hydrogramu odpływu).

Podstawiając do równania $Q_k = \sum_{i=1}^k h_i H_{k-i+1}$ rzędne hydrogramu jednostkowego i wysokości opadu efektywnego obliczono hydrogram odpływu bezpośredniego. Pierwsze 5 rzędnych hydrogramu odpływu (w przedziałach czasowych $\Delta t = 0,5$ h), wynosi:

$$\begin{aligned}
 Q_1 &= 0,570 \cdot 0,0 & &= 0,00 \text{ m}^3/\text{s} \\
 Q_2 &= 1,371 \cdot 0,0 + 0,570 \cdot 1,4 & &= 0,80 \text{ m}^3/\text{s} \\
 Q_3 &= 1,772 \cdot 0,0 + 1,371 \cdot 1,4 + 0,570 \cdot 1,6 & &= 2,83 \text{ m}^3/\text{s}
 \end{aligned}$$

$$Q_4 = 1,911 \cdot 0,0 + 1,772 \cdot 1,4 + 1,371 \cdot 1,6 + 0,570 \cdot 2,1 = 5,87 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q_5 = 1,887 \cdot 0,0 + 1,911 \cdot 1,4 + 1,772 \cdot 1,6 + 1,371 \cdot 2,1 + 0,570 \cdot 0,0 = 8,39 \text{ m}^3/\text{s}$$

Pozostałe wartości zestawiono w tabeli 6.4.

Tabela 6.4. Rzędne hydrogramu odpływu bezpośredniego

Numer przedziału czasowego i	Czas t , h	Odpływ bezpośredni Q_i , m ³ /s	Numer przedziału czasowego i	Czas t , h	Odpływ bezpośredni Q_i , m ³ /s
1	0,5	0,00	14	7,0	3,92
2	1,0	0,80	15	7,5	3,26
3	1,5	2,83	16	8,0	2,70
4	2,0	5,87	17	8,5	2,22
5	2,5	8,39	18	9,0	1,82
6	3,0	9,42	19	9,5	1,48
7	3,5	9,51	20	10,0	1,20
8	4,0	9,03	21	10,5	0,97
9	4,5	8,26	22	11,0	0,78
10	5,0	7,35	23	11,5	0,63
11	5,5	6,40	24	12,0	0,50
12	6,0	5,50	25	12,5	0,40
13	6,5	4,66	26	13,0	0,32

Kulminacja fali $Q_p = 9,51 \text{ m}^3/\text{s}$ wystąpiła w 7 kroku czasowym, po upływie 3,5 h od rozpoczęcia opadu.

9. Obliczyć przepływ maksymalny roczny Q_{maxp} o prawdopodobieństwie przewyższenia $p = 10\%$.

Przepływem maksymalnym o zadanym prawdopodobieństwie przewyższenia jest największy z przepływów kulminacyjnych hydrogramów odpływu wywołanego opadami o tym samym prawdopodobieństwie przewyższenia, lecz różnym czasie trwania. Określenie takiego przepływu odbywa się drogą prób, powtarzając obliczenia dla opadów o różnym czasie trwania,

Obliczenia hydrogramu odpływu bezpośredniego ze zlewni Potoku Służewieckiego wywołanego opadem o prawdopodobieństwie przewyższenia $p = 10\%$ i czasie trwania $D = 2 \text{ h}$ powtórzono dla opadów o czasie trwania: $D = 4, 5, 6, 7$ i 8 h , Wyniki zestawiono w tabeli 6.5.

Tabela 6.5. Przepływy kulminacyjne hydrogramów odpływu

Czas trwania deszczu D, h	Przepływ kulminacyjny $Q_p, m^3/s$
2	9,5
4	11,4
5	11,5
6	11,6
7	11,5
8	11,1

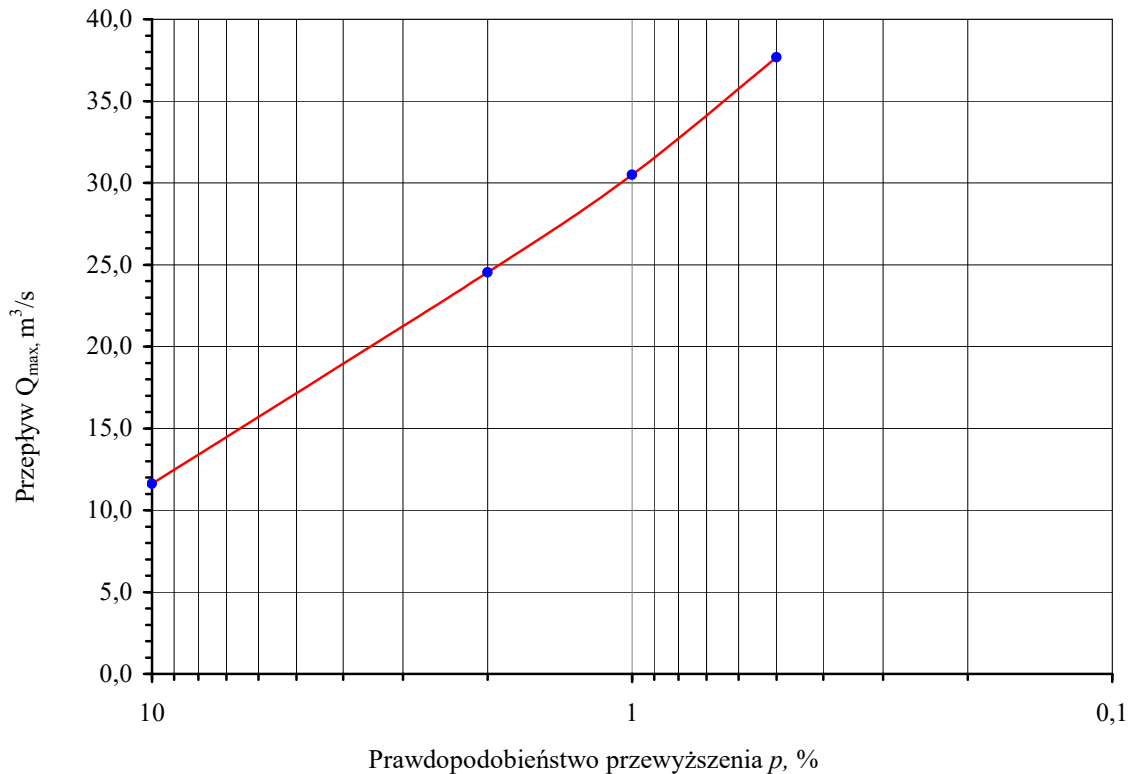
Z obliczeń wynika, że przepływ maksymalny roczny $Q_{max10\%}$ o prawdopodobieństwie przewyższenia $p = 10\%$ odpowiada przepływowi kulminacyjnemu $Q_p = 11,61 m^3/s$ hydrogramu wywołanego opadem trwającym 6 h.

10. Obliczyć krzywą prawdopodobieństwa przepływów maksymalnych rocznych Potoku Służewieckiego w przekroju ul. KEN,

W tym celu powtórzono obliczenia od pkt. 1 do 9, dla opadów o prawdopodobieństwie przewyższenia $p = 0,5; 1,0$ i $2,0\%$. Przepływy maksymalne roczne zestawiono w tabeli 6.6 i pokazano na rys. 6.9.

Tabela 6.6. Przepływy maksymalne roczne o zadanym prawdopodobieństwie przewyższenia

Prawdopodob. przewyższenia $p, \%$	Przepływ $Q_{maxp}, m^3/s$
10,0	11,6
2,0	24,5
1,0	31,1
0,5	37,7



Rys. 6.9. Krzywa prawdopodobieństwa przekroczenia przepływów maksymalnych rocznych Potoku Służewieckiego w przekroju mostowym w al. KEN

Literatura

- ASCE (America Society of Civil Engineers) 2009. *Curve Number Hydrology: State of the Practice*. (Eds. R. H. Hawkins, T. J. Ward, D. E. Woodward, J. A. Van Mullem) American Society of Civil Engineers
- Banasik K. 2009. *Wyznaczanie wezbrań powodziowych w małych zlewniach zurbanizowanych*. Wydawnictwo SGGW, Warszawa.
- Banasik K., Górski D., Ignar S. 2000. *Modelowanie wezbrań opadowych i jakość odpływu z małych nieobserwowanych zlewni rolniczych*. Wydawnictwo SGGW Warszawa
- Bogdanowicz E., Stachý J. 1998. *Maksymalne opady deszczu w Polsce - charakterystyki projektowe*. Materiały Badawcze IMGW 23, Seria: Hydrologia i Oceanologia, Nr 85
- Byczkowski A. 1999. *Hydrologia – tom II*. Wydawnictwo SGGW Warszawa
- Chow V.T., Maidment D. R., Mays L.W. 1988. *Applied Hydrology*. McGraw-Hill Book Company. Nowy Jork
- DVWK 1984. *Arbeitsanleitung zur Anwendung Niederschlag-Abfluss-Modellen in kleinen Einzugsgebieten*. Regeln 113. Teil II: Synthese, Verlag Paul Parey, Hamburg
- Lutz W. 1984. *Berechnung von Hochwasserabflüssen unter Anwendung von Gebietskenngrößen*, Universität Karlsruhe. IHW 24
- Nash J. E. 1957. *The form of the instantaneous unit hydrograph*. Publikacja IAHS nr 59
- Ozga-Zielińska M., Brzeziński J. 1994. **Hydrologia stosowana**. Wydawnictwo Naukowe PWN Warszawa
- Więzik B. 1981. *Prognostyczny model odpływu ze zlewni*. Monografia Politechniki Krakowskiej nr 67.

VII Hydrogram hipotetyczny

Hydrogramy hipotetyczne w zlewniach kontrolowanych można w uzasadnionych przypadkach obliczyć metodą Strupczewskiego (Strupczewski 1964), która bazuje na wybranych falach historycznych w przekroju wodowskazowym. W zlewniach niekontrolowanych należy zastosować metodę symulacyjną z zastosowaniem modeli transformacji opadu w odpływ.

1. Metoda Strupczewskiego

Metoda Strupczewskiego pozwala na obliczanie w zlewniach kontrolowanych hydrogramów hipotetycznych o zadanych wielkościach przepływów kulminacyjnych w tym przepływów maksymalnych rocznych o zadanim prawdopodobieństwie przewyższenia. Podstawowymi danymi do określania hydrogramów hipotetycznych jest zbiór największych fal historycznych w przekroju wodowskazowym.

Wybór fal historycznych jest subiektywny, powinien odzwierciedlać typowy kształt hydrogramu hipotetycznego obliczonego uproszczonym równaniem Strupczewskiego:

$$Q_t = Q_{\max} \left\{ \left(\frac{t}{t_p} \right)^m \exp \frac{m}{n} \left[1 - \left(\frac{t}{t_p} \right)^n \right] \right\} \quad (7.1)$$

gdzie:

Q_t – rzędne hydrogramu hipotetycznego w m³/s,

Q_{\max} – przepływ maksymalny hydrogramu hipotetycznego w m³/s,

t – czas w h,

t_p – czas wystąpienia kulminacji fali w h,

m, n – parametry równania.

Parametry m, n równania (7.1) można określić metodami optymalizacyjnymi bazując na średnim hydrogramie standaryzowanych falach powodziowych, wybranych do analizy.

Czas wystąpienia przepływu kulminacyjnego t_p hydrogramu hipotetycznego można ustalić ze wzoru:

$$t_p = \alpha \left(\frac{A}{Q_{\max}} \right)^{\gamma} \quad (7.2)$$

gdzie:

A – powierzchnia zlewni do przekroju wodowskazowego w km^2 ,

Q_{max} – przepływ maksymalny hydrogramu hipotetycznego w m^3/s ,

α, γ – parametry równania.

Parametry (α, γ) równania (7.2) można wyznaczyć również metodami optymalizacyjnymi w oparciu o synchroniczne wartości fal historycznych Q_{max_i}, t_{p_i} ($i = 1, 2 \dots n$), gdzie n – liczba fal.

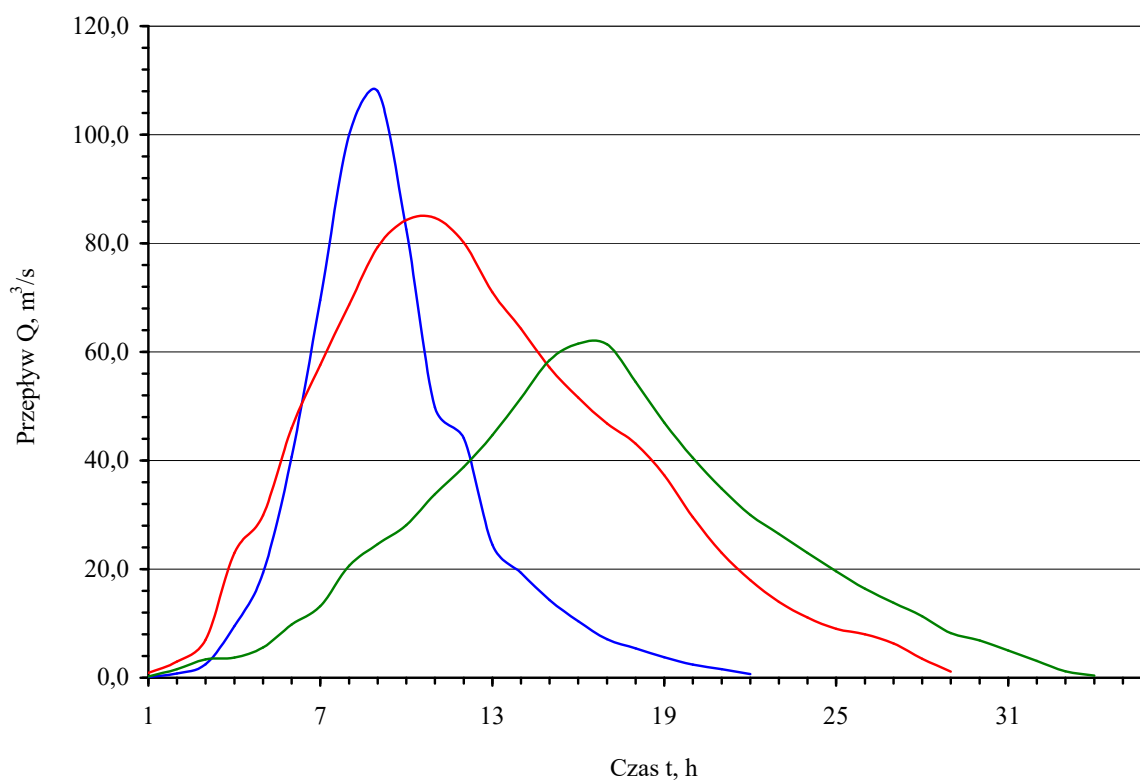
Przykład 1.1. Obliczyć hydrogramy hipotetyczne w przekroju wodowskazowym Jabłonka na Czarnej Orawie, dla przepływów kulminacyjnych: $Q_{max1\%}$ i $Q_{max10\%}$

1. Przepływy maksymalne roczne o prawdopodobieństwie przewyższenia $p = 1\%$ i $p = 10\%$ w przekroju wodowskazowym Jabłonka na Czarnej Orawie metodą statystyczną wynoszą:
 $Q_{max,1\%} = 164,0 \text{ m}^3/\text{s}$, $Q_{max,10\%} = 96,3 \text{ m}^3/\text{s}$.
2. Zestawić wybrane historyczne fale powodziowe w przekroju wodowskazowym Jabłonka na Czarnej Orawie. Do analizy wybrano najwyższe fale powodziowe z lat 1965 – 1970, które przedstawiono w tabeli 1.1 i pokazane na rys. 7.1.

Tabela 7.1. Wybrane do analizy historyczne fale powodziowe

Czas t, h	Przepływ $Q, \text{m}^3/\text{s}$		
	Fala 1	Fala 2	Fala 3
1	0,1	0,9	0,2
2	0,8	3,0	1,6
3	2,5	7,0	3,4
4	9,5	23,0	3,7
5	19,3	29,9	5,6
6	40,7	46,0	9,8
7	69,5	57,6	13,2
8	100,0	68,7	20,6
9	108,0	79,3	24,6
10	82,6	84,3	28,1
11	49,8	84,7	33,8
12	44,1	80,1	38,8
13	24,5	71,0	44,7
14	19,3	64,3	51,5
15	14,3	57,1	58,5
16	10,4	51,6	61,5
17	7,1	46,8	61,4
18	5,4	43,1	54,5
19	3,8	37,3	47,0
20	2,4	29,6	40,5
21	1,6	23,0	34,8
22	0,7	18,0	30,0

23		14,0	26,5
24		11,1	23,0
25		9,0	19,6
26		8,0	16,4
27		6,3	13,8
28		3,5	11,3
29		1,1	8,2
30			6,9
31			5,0
32			3,1
33			1,2
34			0,4
35			0,0



Rys. 1.1. Wybrane historyczne fale powodziowe

3. Obliczyć parametry (α , γ) równania (7.2) w oparciu o synchroniczne wartości Q_{\max_i} , t_{p_i} fal historycznych zestawione w tabeli 7.2.

Tabela 7.2. Charakterystycznych parametry historycznych fal powodziowych

Przeptyw kulminacyjny Q_{\max} m ³ /s	Czas wystąpienia kulminacji t_p h
108,0	9
84,7	11
61,5	16

Estymowane parametrów równania (7.2) wynoszą: $\alpha = 6,98$, $\gamma = 1,03$.

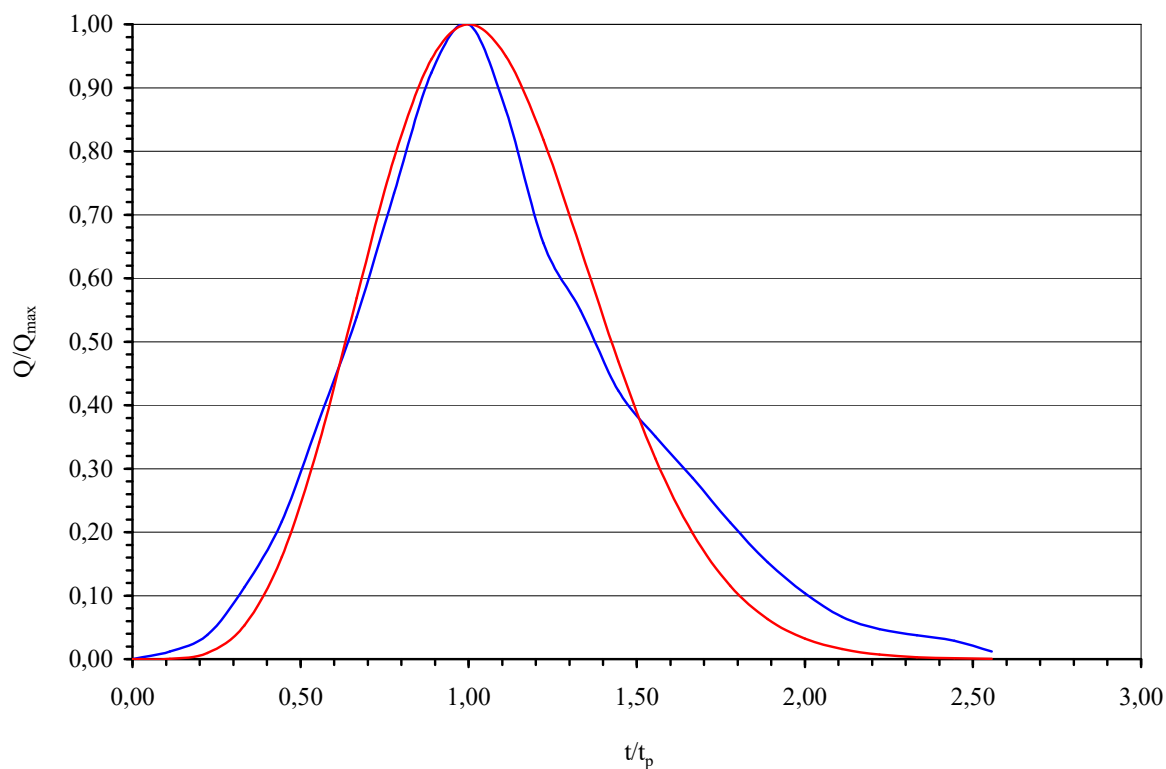
Obliczony równaniem (7.2) czas wystąpienia przepływu kulminacyjnego $Q_{max1\%}$ wynosi $t_p = 6$ h, a przepływu $Q_{max10\%} - t_p = 10$ h.

4. Obliczyć parametry (m , n) równania (7.1) w oparciu o średnią bezwymiarową falę historyczną, określoną na podstawie fal zestawionych w tabeli 7.1. Wartości współrzędnych bezwymiarowych każdej fali historycznej obliczono dzieląc wartości chwilowego przepływu Q_i przez przepływ kulminacyjny ($y_i = Q_i/Q_{max}$) oraz czas t przez czas wystąpienia przepływu kulminacyjnego ($x_i = t/t_p$). Określone metoda optymalizacyjną parametry równania Strupczewskiego wynoszą: $m = 4,60$ i $n = 1,80$.

Standaryzowaną średnią historyczną falę powodziową oraz standaryzowany hydrogram hipotetyczny zestawiono w tabeli 7.3 i pokazano na rys. 7.2.

Tabela 7.3. Wybrane do analizy historyczne fale powodziowe

Czas standaryzow. t/t_p	Średnia fala obserwowana	Hydrogram hipotetyczny
0,00	0,00	0,00
0,11	0,01	0,00
0,22	0,04	0,01
0,33	0,11	0,06
0,44	0,22	0,17
0,56	0,38	0,36
0,67	0,54	0,58
0,78	0,73	0,80
0,89	0,92	0,95
1,00	1,00	1,00
1,11	0,86	0,95
1,22	0,66	0,83
1,33	0,55	0,66
1,44	0,42	0,49
1,56	0,35	0,34
1,67	0,29	0,22
1,78	0,22	0,14
1,89	0,15	0,08
2,00	0,10	0,04
2,11	0,07	0,02
2,22	0,05	0,01
2,33	0,04	0,01
2,44	0,03	0,00
2,56	0,01	0,00



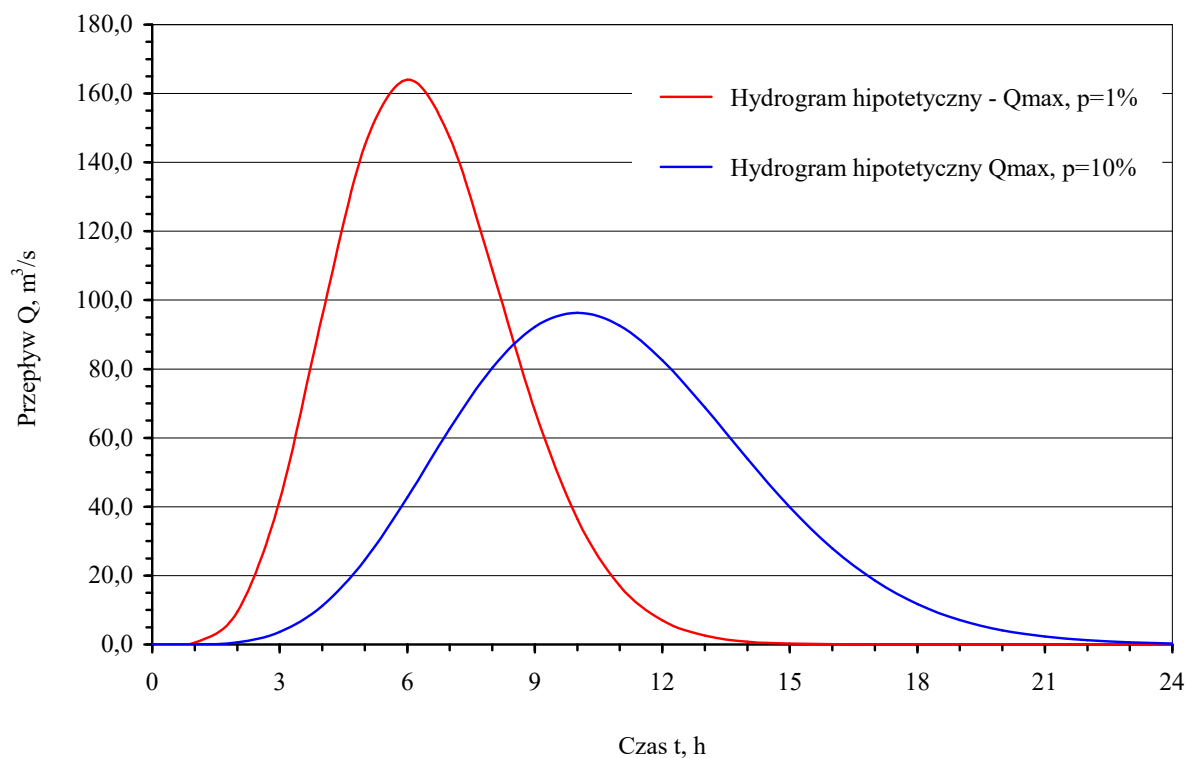
Rys. 7.2. Średni standaryzowany hydrogram obserwowany i hipotetyczny

5. Obliczyć rzędne hydrogramów hipotetycznych wzorem Strupczewskiego (7.1) dla przepływów maksymalnych rocznych o określonym prawdopodobieństwie przewyższenia: $Q_{max,1\%} = 164,0 \text{ m}^3/\text{s}$, $Q_{max,10\%} = 96,3 \text{ m}^3/\text{s}$. Wyniki przedstawiono w tabeli 7.4 i pokazano na rys. 7.3.

Tabela 7.4. Obliczone hydrogramy hipotetyczne

Czas $t, \text{ h}$	Przepływ $Q, \text{ m}^3/\text{s}$	
	$Q_{max,1\%}$	$Q_{max,10\%}$
0	0,0	0,0
1	0,5	0,1
2	9,5	3,0
3	41,8	14,4
4	95,4	37,2
5	144,9	65,4
6	164,0	88,0
7	147,2	96,3
8	108,8	88,9
9	67,9	70,9
10	36,4	49,8
11	17,0	31,1
12	7,0	17,5
13	2,5	8,9
14	0,8	4,1

15	0,2	1,7
16	0,1	0,7
17	0,0	0,2
18	0,0	0,1
19	0,0	0,0



Rys. 7.3. Hydrogramy hipotetyczne obliczone dla zadanych przepływów kulminacyjnych

Literatura

Strupczewski W. 1964. *Równanie fali powodziowej*. Wiadomości Służby Hydrologicznej i Meteorologicznej

Podsumowanie

1. Danymi wejściowymi do obliczenia metodami statystycznymi przepływów maksymalnych rocznych o zadanym prawdopodobieństwie przewyższenia w zlewniach kontrolowanych są zweryfikowane historyczne przepływy maksymalne roczne z obserwacji nadzwyczajnych z wielolecia.
2. Maksymalne roczne dobowe opady średnie w zlewni o zadanym prawdopodobieństwie przewyższenia należy obliczyć w oparciu o maksymalne dobowe sumy opadu, ze wszystkich stacji opadowych położonych w zlewni i bezpośrednim jej sąsiedztwie z wielolecia.
3. Ciąg historycznych opadów i przepływów maksymalnych rocznych należy poddać badaniu jednorodności stosując test Manna-Kendalla (MK).
4. Przepływy maksymalne roczne o określonym prawdopodobieństwie przewyższenia należy obliczać ze wzoru opartego na rozkładzie Pearsona typu III. Do estymacji parametrów rozkładu w tym przypadku należy zastosować metodę największej wiarygodności, a w uzasadnionych przypadkach metodę decyli. W szczególnych przypadkach można zastosować inne rozkłady prawdopodobieństwa.
5. W zlewniach niekontrolowanych przepływy maksymalne roczne o określonym prawdopodobieństwie przewyższenia oblicza się z właściwych wzorów empirycznych.
6. Przepływy maksymalne roczne o zadanym prawdopodobieństwie przewyższenia w przekrojach niekontrolowanych, zamykających małe zlewnie zurbanizowane, należy obliczyć metodami symulacyjnymi, stosując model transformacji opadu w odpływ.
7. Hydrogramy hipotetyczne o określonej wartości przepływu kulminacyjnego, należy określić metodą symulacyjną, z wykorzystaniem modeli transformacji opadu w odpływ. W uzasadnionych przypadkach można zastosować metodę Strupczewskiego.

Załącznik A

TABELE

Tabela A.1. Wartości funkcji $\Phi(s, p)$ w zależności od współczynnika skośności s i prawdopodobieństwa p

$s \backslash p, \%$	100	99	95	90	80	70	50	30	20	10	5	2	1	0,5	0,2	0,1	0,01
0,0	$-\infty$	-1,82	-1,28	-1,00	-0,66	-0,41	0,00	0,41	0,66	1,00	1,28	1,60	1,82	2,01	2,25	2,41	2,90
0,1	-6,65	-1,65	-1,20	-0,95	-0,63	-0,40	0,00	0,42	0,68	1,05	1,37	1,73	1,98	2,22	2,51	2,71	3,34
0,2	-3,31	-1,50	-1,12	-0,90	-0,61	-0,39	0,00	0,42	0,70	1,10	1,45	1,87	2,16	2,43	2,78	3,03	3,82
0,3	-2,20	-1,35	-1,04	-0,85	-0,59	-0,38	0,00	0,43	0,72	1,15	1,54	2,00	2,33	2,65	3,05	3,38	4,27
0,4	-1,64	-1,21	-0,96	-0,80	-0,57	-0,37	0,00	0,44	0,74	1,20	1,62	2,14	2,51	2,87	3,34	3,70	4,77
0,5	-1,29	-1,07	-0,89	-0,75	-0,54	-0,36	0,00	0,45	0,76	1,25	1,71	2,28	2,70	3,10	3,64	4,02	5,28
0,6	-1,06	-0,95	-0,81	-0,70	-0,52	-0,35	0,00	0,45	0,78	1,30	1,79	2,42	2,88	3,33	3,93	4,37	5,81
0,7	-0,89	-0,84	-0,74	-0,65	-0,49	-0,34	0,00	0,46	0,80	1,35	1,89	2,58	3,09	3,59	4,25	4,78	6,38
0,8	-0,78	-0,73	-0,67	-0,60	-0,46	-0,32	0,00	0,46	0,81	1,40	1,98	2,73	3,30	3,86	4,59	5,16	6,98
0,9	-0,65	-0,64	-0,60	-0,55	-0,43	-0,31	0,00	0,46	0,83	1,45	2,07	2,89	3,51	4,13	4,94	5,57	7,60
1,0	-0,57	-0,56	-0,54	-0,50	-0,41	-0,30	0,00	0,47	0,84	1,50	2,16	3,05	3,72	4,39	5,29	5,98	8,22
1,1	-0,49	-0,49	-0,48	-0,45	-0,38	-0,28	0,00	0,47	0,86	1,55	2,26	3,22	3,95	4,69	5,68	6,44	8,92
1,2	-0,42	-0,42	-0,42	-0,40	-0,34	-0,26	0,00	0,47	0,87	1,60	2,37	3,40	4,21	5,02	6,10	6,93	9,70
1,3	-0,36	-0,36	-0,36	-0,35	-0,31	-0,24	0,00	0,46	0,88	1,65	2,47	3,60	4,47	5,36	6,56	7,45	10,53
1,4	-0,31	-0,31	-0,31	-0,30	-0,27	-0,21	0,00	0,46	0,89	1,70	2,58	3,80	4,76	5,74	7,05	8,06	11,45
1,5	-0,25	-0,25	-0,25	-0,25	-0,23	-0,19	0,00	0,45	0,89	1,75	2,70	4,04	5,09	6,17	7,62	8,75	12,53
1,6	-0,20	-0,20	-0,20	-0,20	-0,19	-0,16	0,00	0,43	0,88	1,80	2,83	4,31	5,48	6,68	8,31	9,58	13,84
1,7	-0,15	-0,15	-0,15	-0,15	-0,14	-0,13	0,00	0,41	0,87	1,85	2,99	4,64	5,96	7,33	9,19	10,63	15,52
1,8	-0,10	-0,10	-0,10	-0,10	-0,10	-0,09	0,00	0,37	0,84	1,90	3,18	5,08	6,62	8,23	10,42	12,11	17,94
1,9	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	0,00	0,30	0,77	1,95	3,47	5,81	7,74	9,77	12,56	14,76	22,24
2,0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,18	2,00	6,97	17,90	28,50	40,48	57,79	71,71	121,21

Tabela A.2. Wartości współczynnika skośności s w zależności od wartości b

Wartość b	Współczynnik skośności s	Wartość b	Współczynnik skośności s
0,0	0,00	2,6	1,26
0,1	0,07	2,8	1,31
0,2	0,13	3,0	1,35
0,3	0,20	3,5	1,44
0,4	0,26	4,0	1,50
0,5	0,33	4,5	1,55
0,6	0,39	5,0	1,60
0,7	0,45	6,0	1,67
0,8	0,51	7,0	1,72
0,9	0,57	8,0	1,75
1,0	0,63	10,0	1,80
1,2	0,74	15,0	1,87
1,4	0,84	20,0	1,90
1,6	0,93	30,0	1,93
1,8	1,02	40,0	1,95
2,0	1,09	50,0	1,96
2,2	1,15	100,0	1,98
2,4	1,21	∞	2,00

Tabela A.3. Wartości funkcji $F(s, p)$ w zależności od współczynnika skośności s i prawdopodobieństwa p

$s \backslash p, \%$	50	10	5	1	0,1	0,01
0,0	0,978	1,334	1,909	3,735	6,848	10,233
0,1	0,978	1,478	2,119	4,080	7,390	10,981
0,2	0,978	1,622	2,329	4,426	7,933	11,730
0,3	0,978	1,767	2,543	4,794	8,529	12,566
0,4	0,978	1,912	2,758	5,162	9,126	13,402
0,5	0,978	2,056	2,970	5,531	9,725	14,243
0,6	0,978	2,200	3,183	5,900	10,324	15,084
0,7	0,978	2,344	3,402	6,292	10,976	16,008
0,8	0,978	2,489	3,621	6,684	11,629	16,933
0,9	0,978	2,633	3,836	7,066	12,260	17,818
1,0	0,978	2,777	4,052	7,449	12,892	18,704
1,1	0,978	2,921	4,268	7,832	13,520	19,583
1,2	0,978	3,066	4,484	8,215	14,148	20,463
1,3	0,978	3,210	4,699	8,598	14,775	21,339
1,4	0,978	3,355	4,915	8,981	15,403	22,215
1,5	0,978	3,499	5,130	9,361	16,022	23,080
1,6	0,978	3,643	5,345	9,741	16,642	23,945
1,7	0,978	3,788	5,561	10,122	17,264	24,809
1,8	0,978	3,903	5,777	10,504	17,887	25,674
1,9	0,978	4,077	5,992	10,883	18,505	26,533
2,0	0,978	4,221	6,207	11,263	19,123	27,393

Tabela A.4. Wartości zmiennej standaryzowanej $\phi(p, \lambda)$

λ	Prawdopodobieństwo przewyższenia p , %												
	50	40	30	25	20	10	5	3	2	1	0,5	0,1	0,01
1,0	0,7797	0,9506	1,2173	1,3824	1,6320	2,4172	3,2729	3,9418	4,4820	5,4344	6,4028	8,7008	12,0842
1,1	0,8358	1,0119	1,2777	1,4498	1,6940	2,4852	3,3449	4,0121	4,5519	5,4991	6,4630	8,7496	12,1074
1,2	0,8897	1,0698	1,3357	1,5131	1,7541	2,5508	3,4141	4,0804	4,6200	5,5635	6,5239	8,8009	12,1373
1,3	0,9415	1,1246	1,3914	1,5727	1,8123	2,6141	3,4807	4,1468	4,6864	5,6275	6,5853	8,8544	12,1732
1,4	0,9913	1,1766	1,4449	1,6290	1,8686	2,6752	3,5449	4,2114	4,7512	5,6910	6,6470	8,9098	12,2144
1,5	1,0392	1,2261	1,4963	1,6824	1,9230	2,7342	3,6069	4,2743	4,8145	5,7539	6,7088	8,9668	12,2602
1,6	1,0853	1,2734	1,5457	1,7333	1,9755	2,7912	3,6669	4,3356	4,8764	5,8161	6,7705	9,0251	12,3099
1,7	1,1297	1,3188	1,5932	1,7821	2,0261	2,8463	3,7251	4,3954	4,9370	5,8775	6,8319	9,0844	12,3628
1,8	1,1725	1,3626	1,6389	1,8292	2,0748	2,8996	3,7817	4,4538	4,9964	5,9380	6,8928	9,1444	12,4182
1,9	1,2139	1,4049	1,6830	1,8746	2,1219	2,9512	3,8369	4,5109	5,0547	5,9977	6,9533	9,2047	12,4753
2,0	1,2539	1,4458	1,7257	1,9186	2,1675	3,0014	3,8907	4,5667	5,1118	6,0565	7,0131	9,2653	12,5339
2,5	1,4381	1,6336	1,9218	2,1208	2,3774	3,2340	4,1423	4,8297	5,3825	6,3379	7,3027	9,5659	12,8371
3,0	1,6018	1,8002	2,0958	2,3004	2,5641	3,4429	4,3706	5,0704	5,6320	6,6003	7,5758	9,8573	13,1433
3,5	1,7504	1,9514	2,2537	2,4636	2,7341	3,6342	4,5811	5,2936	5,8641	6,8462	7,8336	10,1369	13,4437
4,0	1,8875	2,0908	2,3994	2,6142	2,8912	3,8116	4,7775	5,5024	6,0820	7,0781	8,0778	10,4045	13,7355
4,5	2,0154	2,2208	2,5353	2,7547	3,0379	3,9780	4,9621	5,6992	6,2879	7,2980	8,3102	10,6610	14,0180
5,0	2,1357	2,3430	2,6631	2,8870	3,1760	4,1350	5,1369	5,8860	6,4835	7,5075	8,5321	10,9073	14,2912
5,5	2,2496	2,4587	2,7842	3,0123	3,3070	4,2841	5,3033	6,0641	6,6703	7,7078	8,7447	11,1443	14,5556
6,0	2,3580	2,5689	2,8994	3,1316	3,4317	4,4265	5,4623	6,2346	6,8492	7,9001	8,9491	11,3730	14,8118
6,5	2,4616	2,6742	3,0096	3,2457	3,5511	4,5629	5,6150	6,3983	7,0212	8,0852	9,1462	11,5940	15,0603
7,0	2,5611	2,7753	3,1154	3,3553	3,6658	4,6940	5,7619	6,5561	7,1870	8,2639	9,3365	11,8080	15,3017
7,5	2,6569	2,8725	3,2172	3,4609	3,7762	4,8204	5,9037	6,7084	7,3473	8,4367	9,5209	12,0157	15,5365
8,0	2,7493	2,9664	3,3156	3,5627	3,8828	4,9426	6,0409	6,8560	7,5026	8,6043	9,6997	12,2175	15,7652
8,5	2,8388	3,0573	3,4107	3,6613	3,9861	5,0610	6,1739	6,9990	7,6532	8,7670	9,8735	12,4139	15,9882
9,0	2,9255	3,1454	3,5029	3,7570	4,0862	5,1759	6,3031	7,1381	7,7996	8,9252	10,0426	12,6053	16,2059
9,5	3,0097	3,2309	3,5925	3,8498	4,1835	5,2876	6,4288	7,2734	7,9422	9,0794	10,2075	12,7920	16,4186
10	3,0916	3,3141	3,6797	3,9402	4,2781	5,3964	6,5512	7,4053	8,0812	9,2298	10,3683	12,9744	16,6266
11	3,2493	3,4742	3,8475	4,1142	4,4604	5,6059	6,7873	7,6597	8,3494	9,5201	10,6791	13,3273	17,0299
12	3,3997	3,6270	4,0075	4,2802	4,6344	5,8060	7,0128	7,9029	8,6060	9,7981	10,9769	13,6660	17,4176
13	3,5437	3,7732	4,1608	4,4392	4,8010	5,9978	7,2292	8,1364	8,8523	10,0651	11,2632	13,9920	17,7914
14	3,6820	3,9138	4,3081	4,5920	4,9612	6,1824	7,4375	8,3612	9,0896	10,3224	11,5391	14,3066	18,1526
15	3,8154	4,0492	4,4501	4,7393	5,1156	6,3603	7,6385	8,5782	9,3187	10,5710	11,8058	14,6109	18,5025
16	3,9443	4,1801	4,5873	4,8816	5,2649	6,5324	7,8329	8,7881	9,5404	10,8117	12,0641	14,9059	18,8421
17	4,0690	4,3068	4,7202	5,0195	5,4095	6,6992	8,0214	8,9917	9,7554	11,0452	12,3148	15,1924	19,1721
18	4,1901	4,4298	4,8492	5,1533	5,5498	6,8610	8,2044	9,1895	9,9643	11,2721	12,5585	15,4711	19,4935
19	4,3078	4,5493	4,9745	5,2833	5,6862	7,0184	8,3824	9,3819	10,1676	11,4930	12,7958	15,7425	19,8067
20	4,4223	4,6657	5,0965	5,4100	5,8190	7,1717	8,5558	9,5693	10,3657	11,7082	13,0270	16,0073	20,1124

Załącznik B

TABELE

Tabela B.1. Współczynnik odpływu φ dla przepływów maksymalnych rocznych i określonych gleb na mapie (rys. M 1. załącznik M)

Nr	Współczynnik φ	Utwór glebowy	Numery wydzielonych gleb na mapie Polski
1	0,15	piaski i żwiry	1, 2, 20, 30, 35, 44, 45 b, c, d 46 c, d, 48, 49, 50 b, c, d, 51d
2	0,25	piaski słabogliniaste	14, 21 c, 36 c, 45 a, 46 a, b, 50 a, 51 b, c
3	0,35	piaski gliniaste	3, 5, 21 a, b, 36 a, b
4	0,50	gliny piaszczyste	4, 6, 22, 37, 47
5	0,55	lessy i pyły	15, 25, 26, 27, 28, 40, 41, 43, 52
6	0,88	gliny i ility	7, 15, 17, 18, 19, 23, 24, 29, 31, 32, 33, 34, 38, 39, 42
7	0,57	aluwia i torfy	8, 9, 10, 11, 12, 13

Tabela B.2. Miara szorstkości koryta cieków m

Kategoria koryta rzeki	Przeciętna charakterystyka koryta i tarasu zalewowego na całej długości rzeki od źródeł do przekroju zamykającego	Współczynnik m
1	Koryta stałych i okresowych rzek nizinnych o stosunkowo wyrównanym dnie	11
2	Koryta stałych i okresowych rzek wyżynnych meandrujących o częściowo nierównym dnie	9
3	Koryta stałych i okresowych rzek górskich o bardzo nierównym otoczkowo - kamienistym dnie	7

Tabela B.3. Miara szorstkości stoków m_s

Charakterystyka powierzchni stoków	Współczynnik m_s
Powierzchnia gładka (asfalt, beton)	0,50
Powierzchnia gruntowa ubita, splantowana	0,30
Powierzchnia dobrze zaorana i zbronowana, powierzchnie wybrukowane w osiedlach zabudowanych w 20%	0,25
Powierzchnie nierówne (kępy) pastwiska, łąki oraz powierzchnie w osiedlach o zabudowie ponad 20%	0,15
Powierzchnie leśne	0,10

Tabela B.4. Czas spływu po stokach t_s w funkcji Φ_s

Φ_s	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0	10,0	12,0	15,0
t_s min	2,4	5,2	8,2	11,0	16,0	20,0	31,0	43,0	58,0	74,0	93,0	113	140	190	287

Tabela B.5. Wartości parametru obszarowego równania regresji α_{obszar}

Nr obszaru	Obszar	Parametr α_{obszar}
1	Sudecki	$1,432 \cdot 10^{-3}$
2	Nizinno-pojezierny zachodni	$1,733 \cdot 10^{-3}$
3	Przymorski	$1,353 \cdot 10^{-3}$
4	Tatrzański	$1,797 \cdot 10^{-3}$
5	Karpacki	$2,992 \cdot 10^{-3}$
6	Nizinno-pojezierny wschodni	$3,075 \cdot 10^{-3}$
7	Lubelski	$2,369 \cdot 10^{-3}$

Tabela B.6. Wartości funkcji F_1 w zależności od czasu splywu po stokach t_s i hydromorfologicznej charakterystyki koryta Φ_r

Obszar kraju z wyłączeniem Tatr i wysokich gór ($H < 700$ m n.p.m.)																		
Czas splywu t_s min	Φ_r																	
	5	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	120	150	180	200	250	300	350
10	0,305	0,200	0,128	0,0930	0,0720	0,0565	0,0460	0,0385	0,0345	0,0305	0,0265	0,0212	0,0165	0,0134	0,0119	0,00975	0,00830	0,00725
30	0,170	0,140	0,104	0,0815	0,0645	0,0510	0,0428	0,0360	0,0322	0,0282	0,0249	0,0203	0,0162	0,0132	0,0116	0,00965	0,00825	0,00720
60	0,120	0,104	0,0830	0,0665	0,0540	0,0444	0,0380	0,0330	0,0300	0,0267	0,0238	0,0195	0,0155	0,0127	0,0114	0,00955	0,00820	0,00710
100	0,090	0,081	0,0665	0,0545	0,0465	0,0386	0,0336	0,0300	0,0274	0,0246	0,0220	0,0185	0,0152	0,0123	0,0112	0,00940	0,00810	0,00705
150	0,067	0,062	0,0526	0,0445	0,0380	0,0336	0,0300	0,0270	0,0247	0,0224	0,0204	0,0174	0,0142	0,0118	0,0109	0,00920	0,00790	0,00690
200	0,053	0,050	0,0433	0,0380	0,0337	0,0300	0,0272	0,0250	0,0228	0,0209	0,0192	0,0165	0,0136	0,0115	0,0107	0,00900	0,00770	0,00680
Tatry i wysokie góry ($H > 700$ m n.p.m.)																		
Czas splywu t_s min	Φ_r																	
	5	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	120	150	180	200	250	300	350
10	0,0120	0,0880	0,0610	0,0468	0,0386	0,0332	0,0290	0,0257	0,0235	0,0216	0,0198	0,0172	0,0146	0,0128	0,0118	0,00975	0,00830	0,00725
30	0,0844	0,0695	0,0530	0,0427	0,0362	0,0315	0,0278	0,0247	0,0226	0,0209	0,0193	0,0170	0,0144	0,0126	0,0116	0,00965	0,00825	0,00720
60	0,0624	0,0565	0,0457	0,0380	0,0327	0,0288	0,0260	0,0236	0,0217	0,0200	0,0186	0,0165	0,0141	0,0124	0,0114	0,00955	0,00820	0,00710
100	0,0492	0,0450	0,0388	0,0338	0,0295	0,0265	0,0240	0,0221	0,0205	0,0190	0,0179	0,0159	0,0138	0,0121	0,0112	0,00940	0,00810	0,00705
150	0,0404	0,0374	0,0298	0,0298	0,0265	0,0243	0,0223	0,0207	0,0193	0,0181	0,0171	0,0153	0,0134	0,0118	0,0109	0,00920	0,00790	0,00690
200	0,0342	0,0325	0,0264	0,0264	0,0245	0,0226	0,0211	0,0196	0,0185	0,0175	0,0166	0,0148	0,0129	0,0116	0,0107	0,00900	0,00770	0,00980

Tabela B.7. Współczynnik redukcji jeziornej δ_J

Wskaźnik jeziorności JEZ	0,000	0,050	0,100	0,150	0,200	0,250	0,300	0,350	0,400	0,450	0,500
Współczynnik δ_J	1,000	0,900	0,820	0,740	0,680	0,620	0,570	0,530	0,490	0,460	0,430
Wskaźnik jeziorności JEZ	0,550	0,600	0,650	0,700	0,750	0,800	0,850	0,900	0,950	1,000	
Współczynnik δ_J	0,400	0,370	0,350	0,330	0,310	0,290	0,270	0,260	0,240	0,230	

Tabela B.8. Kwantyle λ_p

Lp	Makroregion	Region	Prawdopodobieństwo przewyższenia p [%]										
			0,1	0,2	0,5	1	2	3	5	10	20	30	50
1	Sudety	1a	1,57	1,39	1,17	1,00	0,834	0,727	0,621	0,461	0,309	0,223	0,123
2		1b	1,48	1,34	1,15	1,00	0,857	0,768	0,665	0,522	0,378	0,291	0,185
3	Karpaty	2a	1,54	1,37	1,16	1,00	0,843	0,745	0,636	0,482	0,334	0,248	0,145
4		2b	1,46	1,32	1,14	1,00	0,860	0,776	0,674	0,536	0,394	0,310	0,205
5	Wyżyny	3a	1,56	1,38	1,17	1,00	0,835	0,727	0,622	0,464	0,312	0,227	0,128
6		3b	1,43	1,30	1,13	1,00	0,867	0,787	0,694	0,558	0,420	0,341	0,234
7		3c	1,35	1,24	1,10	1,00	0,894	0,826	0,747	0,631	0,515	0,444	0,341
8	Niziny	4a	1,43	1,30	1,13	1,00	0,867	0,788	0,695	0,559	0,422	0,340	0,233
9		4b	1,34	1,24	1,10	1,0	0,894	0,829	0,750	0,637	0,521	0,445	0,342
10	Pojezierza	5a	1,41	1,28	1,12	1,00	0,874	0,789	0,706	0,577	0,449	0,367	0,262
11		5b	1,32	1,22	1,10	1,00	0,899	0,836	0,761	0,660	0,545	0,470	0,373
12		5c	1,28	1,20	1,08	1,00	0,915	0,857	0,795	0,701	0,598	0,536	0,446

Tabela B. 9. Średnie błędy względne σ_p wartości $Q_{max,p}$

Nr obszaru	Obszar	Średni błąd względny dla prawdopodobieństwa $p = 1\%$
1	Sudecki	0,30
2	Nizinno-pojezierny zachodni	0,40
3	Przymorski	0,40
4	Tatrzański	0,25
5	Karpacki	0,35
6	Nizinno-pojezierny wschodni	0,35
7	Lubelski	0,40

Załącznik C
TABELE

Tabela C.1. Wartości parametru CN dla różnego pokrycia terenu i grup glebowych

Rodzaj pokrycia terenu (użytkowania zlewni)	Opis warunki hydrologiczne	Wartości CN dla grup glebowych			
		A	B	C	D
Tereny otwarte: trawniki, parki, pola golfowe, cmentarze, itp,	Złe warunki hydrologiczne (trawa pokrywa do 50 % powierzchni)	68	79	86	89
	Średnie warunki hydrologiczne (pokrycie trawą 50-75%)	49	69	79	84
	Dobre warunki hydrologiczne (pokrycie trawą > 75%)	39	61	74	80
Tereny nieprzepuszczalne: utwardzone parkingi, dachy, jezdnie	--	98	98	98	98
Ulice i drogi	nieprzepuszczalne z poboczami i rowami otwartymi	83	89	92	93
	żwrowe	76	85	89	91
	gruntowe	72	82	87	89
Tereny handlowe i przemysłowe	ok, 85% pow, nieprzepuszczalnej	89	92	94	95
	ok, 72% pow, nieprzepuszczalnej)	81	88	91	93
Tereny zamieszkałe – przy przeciętnej powierzchni działki:	< 500 m2, lub 65% powierzchni nieprzepuszczalnej	77	85	90	92
	1000 m2, 38%	61	75	83	87
	1700 m2, 30 %	57	72	81	86
	2000 m2, 25 %	54	70	80	85
	4000 m2, 20%	51	68	79	84
	zagrody	59	74	82	86
Ugór		77	86	91	94
Rośliny okopowe	warunki przeciętne	67	77	83	87
Rośliny zbożowe	warunki przeciętne	62	73	81	85
Rośliny motylkowe	warunki przeciętne	60	72	80	83
Pastwiska	warunki przeciętne	49	69	78	84
Łąki	warunki przeciętne	30	58	71	78
Lasy	gęste	25	55	70	77
	średniogęste	36	60	73	79
	rzadkie	45	66	77	83

Tabela C.2. Wartości parametru N w funkcji $f(N) = t_p u_p$

N	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
	$f(N) = t_p u_p$									
1,1	0,076	0,082	0,087	0,093	0,099	0,104	0,109	0,115	0,12	0,124
1,2	0,129	0,134	0,139	0,143	0,148	0,152	0,156	0,16	0,165	0,169
1,3	0,173	0,176	0,18	0,184	0,188	0,192	0,195	0,199	0,202	0,206
1,4	0,209	0,213	0,216	0,22	0,223	0,226	0,229	0,233	0,236	0,239
1,5	0,242	0,245	0,248	0,251	0,254	0,257	0,26	0,263	0,266	0,268
1,6	0,271	0,274	0,277	0,28	0,282	0,285	0,288	0,29	0,293	0,295
1,7	0,298	0,301	0,303	0,306	0,308	0,311	0,313	0,316	0,318	0,32
1,8	0,323	0,325	0,328	0,33	0,332	0,335	0,337	0,339	0,342	0,344
1,9	0,346	0,348	0,351	0,353	0,355	0,357	0,359	0,361	0,364	0,366
2,0	0,368	0,37	0,372	0,374	0,376	0,378	0,380	0,382	0,385	0,387
2,1	0,389	0,391	0,393	0,395	0,397	0,399	0,400	0,402	0,404	0,406
2,2	0,408	0,41	0,412	0,414	0,416	0,418	0,42	0,422	0,423	0,425
2,3	0,427	0,429	0,431	0,433	0,434	0,436	0,438	0,44	0,442	0,443
2,4	0,445	0,447	0,449	0,45	0,452	0,454	0,456	0,457	0,459	0,461
2,5	0,463	0,464	0,466	0,468	0,469	0,471	0,473	0,474	0,476	0,478
2,6	0,479	0,481	0,483	0,484	0,486	0,487	0,489	0,491	0,492	0,494
2,7	0,496	0,497	0,499	0,5	0,502	0,503	0,505	0,507	0,508	0,51
2,8	0,511	0,513	0,514	0,516	0,517	0,519	0,52	0,522	0,523	0,525
2,9	0,527	0,528	0,53	0,531	0,532	0,534	0,535	0,537	0,538	0,54
3,0	0,541	0,543	0,544	0,546	0,547	0,549	0,55	0,551	0,553	0,554
3,1	0,556	0,557	0,559	0,56	0,561	0,563	0,564	0,566	0,567	0,568
3,2	0,57	0,571	0,573	0,574	0,575	0,577	0,578	0,58	0,581	0,582
3,3	0,584	0,585	0,586	0,588	0,589	0,59	0,592	0,593	0,594	0,596
3,4	0,597	0,598	0,6	0,601	0,602	0,604	0,605	0,606	0,608	0,609
3,5	0,61	0,612	0,613	0,614	0,615	0,617	0,618	0,619	0,621	0,622
3,6	0,623	0,624	0,626	0,627	0,628	0,629	0,631	0,632	0,633	0,634
3,7	0,636	0,637	0,638	0,639	0,641	0,642	0,643	0,644	0,646	0,647
3,8	0,648	0,649	0,651	0,652	0,653	0,654	0,655	0,657	0,658	0,659
3,9	0,66	0,661	0,663	0,664	0,665	0,666	0,667	0,669	0,67	0,671
4,0	0,672	0,673	0,674	0,676	0,677	0,678	0,679	0,68	0,682	0,683
4,1	0,684	0,685	0,686	0,687	0,688	0,69	0,691	0,692	0,693	0,694
4,2	0,695	0,697	0,698	0,699	0,7	0,701	0,702	0,703	0,704	0,706
4,3	0,707	0,708	0,709	0,71	0,711	0,712	0,713	0,715	0,716	0,717
4,4	0,718	0,719	0,72	0,721	0,722	0,723	0,724	0,726	0,727	0,728
4,5	0,729	0,73	0,731	0,732	0,733	0,734	0,735	0,736	0,738	0,739
4,6	0,74	0,741	0,742	0,743	0,744	0,745	0,746	0,747	0,748	0,749
4,7	0,75	0,751	0,752	0,754	0,755	0,756	0,757	0,758	0,759	0,76
4,8	0,761	0,762	0,763	0,764	0,765	0,766	0,767	0,768	0,769	0,77
4,9	0,771	0,772	0,773	0,774	0,775	0,776	0,777	0,778	0,779	0,78
5,0	0,781	0,782	0,783	0,785	0,786	0,787	0,788	0,789	0,79	0,791
5,1	0,792	0,793	0,794	0,795	0,796	0,797	0,798	0,799	0,8	0,801
5,2	0,802	0,803	0,804	0,805	0,806	0,806	0,807	0,808	0,809	0,81
5,3	0,811	0,812	0,813	0,814	0,815	0,816	0,817	0,818	0,819	0,82

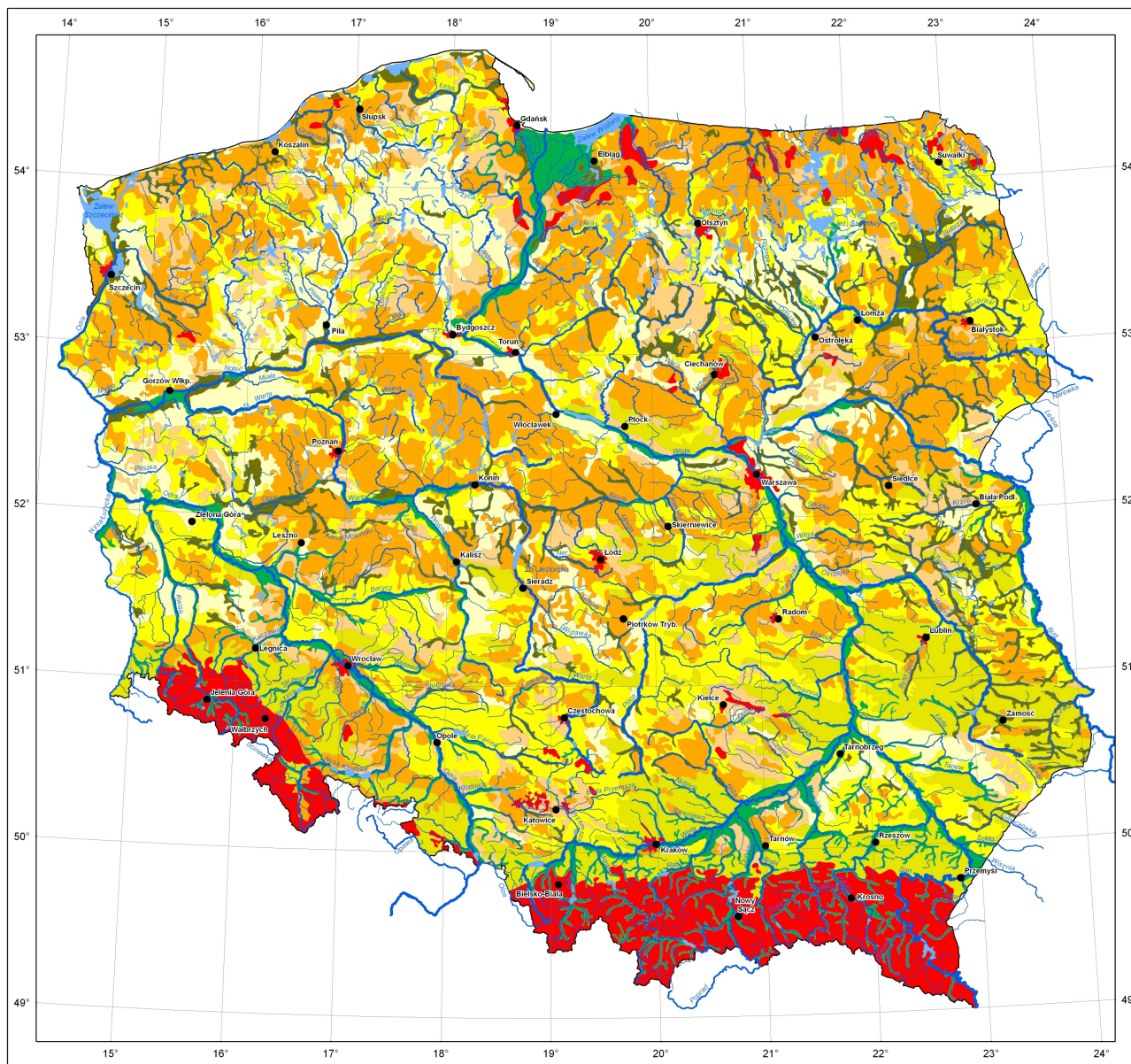
5,4	0,821	0,822	0,823	0,824	0,825	0,826	0,827	0,828	0,829	0,83
5,5	0,831	0,832	0,833	0,834	0,835	0,836	0,837	0,837	0,838	0,839
5,6	0,84	0,841	0,842	0,843	0,844	0,845	0,846	0,847	0,848	0,849
5,7	0,85	0,851	0,852	0,853	0,853	0,854	0,855	0,856	0,857	0,858
5,8	0,859	0,86	0,861	0,862	0,863	0,864	0,865	0,865	0,866	0,867
5,9	0,868	0,869	0,87	0,871	0,872	0,873	0,874	0,875	0,876	0,876
6,0	0,877	0,878	0,879	0,88	0,881	0,882	0,883	0,884	0,885	0,885
6,1	0,886	0,887	0,888	0,889	0,89	0,891	0,892	0,893	0,894	0,894
6,2	0,895	0,896	0,897	0,898	0,899	0,9	0,901	0,901	0,902	0,903
6,3	0,904	0,905	0,906	0,907	0,908	0,909	0,909	0,91	0,911	0,912
6,4	0,913	0,914	0,915	0,915	0,916	0,917	0,918	0,919	0,92	0,921
6,5	0,922	0,922	0,923	0,924	0,925	0,926	0,927	0,928	0,928	0,929
6,6	0,93	0,931	0,932	0,933	0,934	0,934	0,935	0,936	0,937	0,938
6,7	0,939	0,939	0,94	0,941	0,942	0,943	0,944	0,945	0,945	0,946
6,8	0,947	0,948	0,949	0,95	0,95	0,951	0,952	0,953	0,954	0,955
6,9	0,955	0,956	0,957	0,958	0,959	0,96	0,96	0,961	0,962	0,963
7,0	0,964	0,965	0,965	0,966	0,967	0,968	0,969	0,969	0,97	0,971
7,1	0,972	0,973	0,974	0,974	0,975	0,976	0,977	0,978	0,978	0,979
7,2	0,98	0,981	0,982	0,983	0,983	0,984	0,985	0,986	0,987	0,987
7,3	0,988	0,989	0,99	0,991	0,991	0,992	0,993	0,994	0,995	0,995
7,4	0,996	0,997	0,998	0,999	0,999	1	1,001	1,002	1,003	1,003
7,5	1,004	1,005	1,006	1,007	1,007	1,008	1,009	1,01	1,01	1,011
7,6	1,012	1,013	1,014	1,014	1,015	1,016	1,017	1,018	1,018	1,019
7,7	1,02	1,021	1,021	1,022	1,023	1,024	1,025	1,025	1,026	1,027
7,8	1,028	1,028	1,029	1,03	1,031	1,032	1,032	1,033	1,034	1,035
7,9	1,035	1,036	1,037	1,038	1,038	1,039	1,04	1,041	1,041	1,042

Tabela C.3. Równania do obliczenia parametru α

Czas trwania deszczu D , min	Region opadowy		
	północno- zachodni	centralny	południowy i nadmorski
$5 \text{ min} \leq D \leq 30 \text{ min}$	$\alpha = 3,92 \ln(D+1) - 1,662$	$\alpha = 4,693 \ln(D+1) - 1,249$	
$30 \text{ min} < D \leq 1 \text{ h}$	$\alpha = 8,944 \ln(D) - 18,6$		
$1 \text{ godz.} < D \leq 2 \text{ h}$		$\alpha = 2,223 \ln(D+1) + 10,639$	$\alpha = 9,472 \ln(D+1) - 37,032$
$2 \text{ godz.} < D \leq 12 \text{ h}$			
$12 \text{ godz.} < D \leq 18 \text{ h}$			
$18 \text{ godz.} < D \leq 72 \text{ h}$		$\alpha = 3,01 \ln(D+1) + 5,173$	

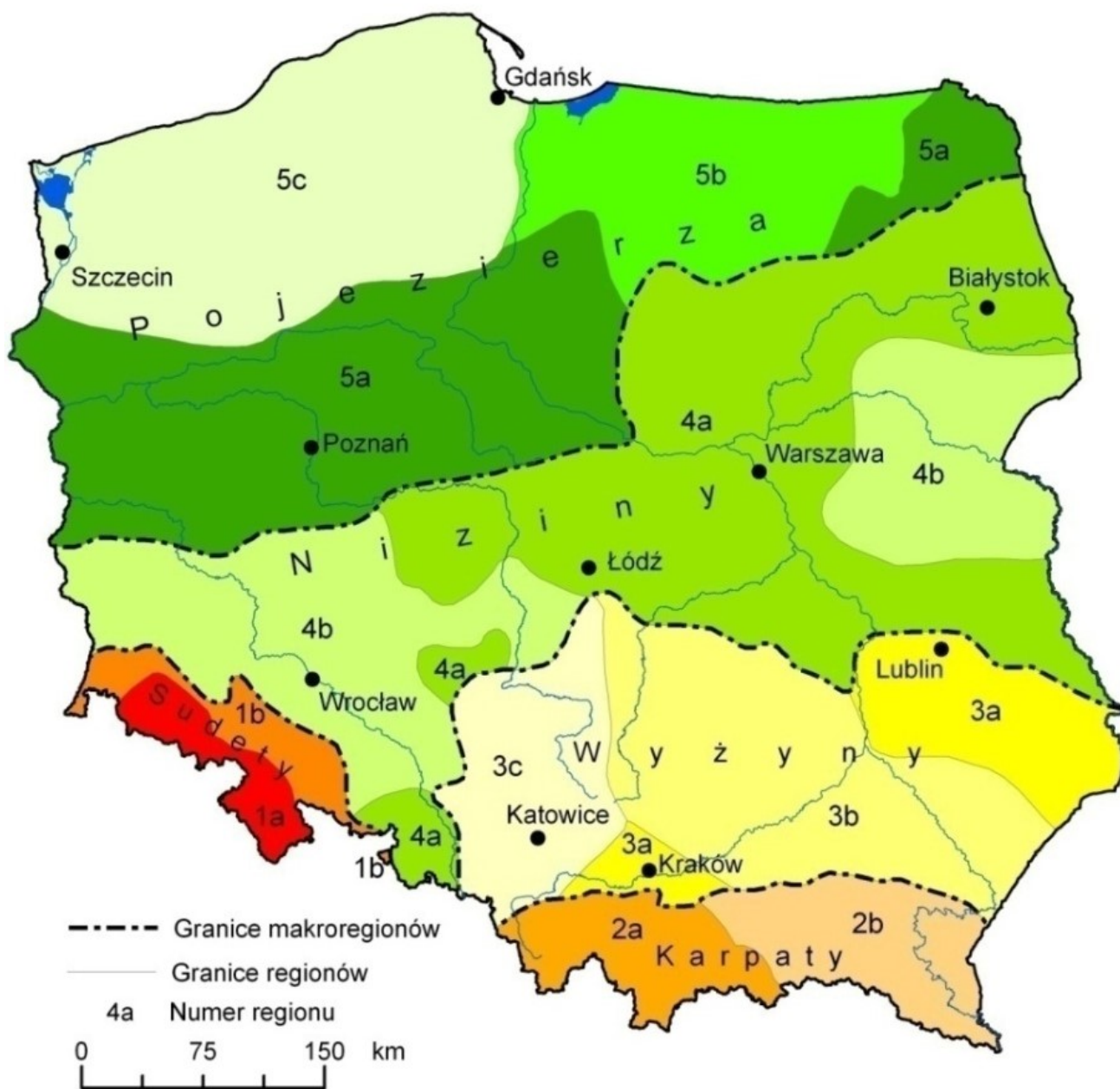
Załącznik M

MAPY

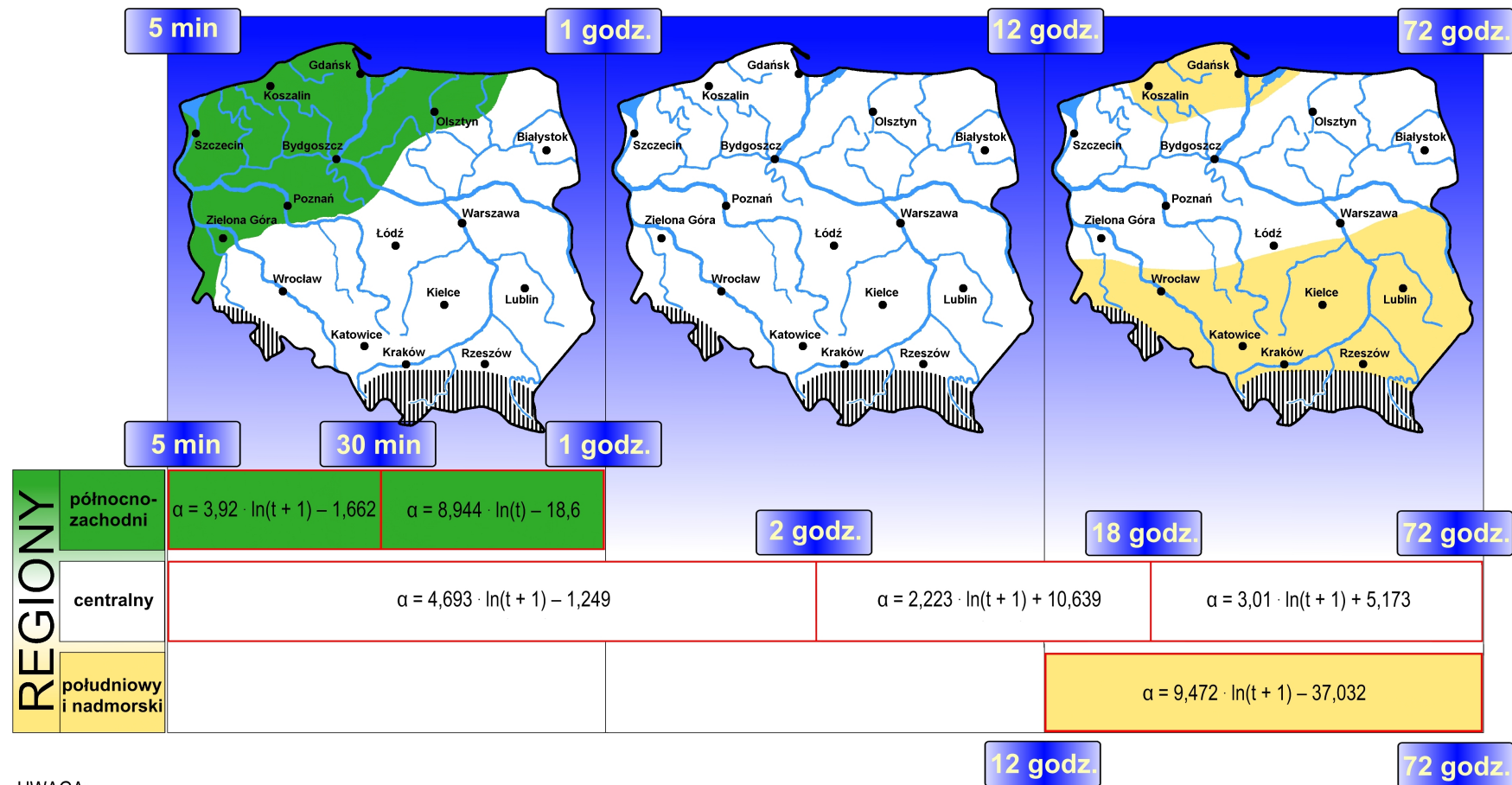


Rys. M 1. Współczynnik odpływu ϕ dla przepływów maksymalnych rocznych (opracowanie IMGW)

Autor: Halina Czamecka;
Opracowanie: Witold Jaworski, Michał Marcinkowski



Mapa M 2. Makroregiony i regiony Polski (Opracowanie IMGW)



UWAGA:

Równania są ważne na obszarze kraju z wyjątkiem Sudetów i Karpat. Obliczenia parametrów $\epsilon(t)$, $\alpha(R,t)$ oraz $P_{\max}(t,p)$ należy wykonać z dokładnością 0,1 mm.

Mapa M.3. Regiony i równania do wyznaczania parametru skali, rozkładu maksymalnych opadów o zadanym czasie trwania i prawdopodobieństwie przewyższenia